

mühendislik mekaniği

DİNAMİK

Prof.Dr. Mehmet H. OMURTAG
İstanbul Teknik Üniversitesi
İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü

123
ÖRNEK

Parçacığın ve Rijit Cismin Kinematığı
Parçacığın ve Rijit Cismin Kinetığı
Parçacıklar Topluluğu
İmpuls ve Momentum
Mekanik Titreşimler
İş ve Enerji

529
PROBLEM

2011

Omurtag M.H.
Dinamik – 1. Baskı – © 2011
ISBN 978-975-511-556-6

© Bu kitabın her hakkı saklıdır ve Türkiye’de tüm yayın hakları “BİRSEN BASIM, YAYIN DAĞITIM ve SANAYİ LİMİTED ŞİRKETİ’ne” aittir. Bu kitabın tamamı veya herhangi bir bölümü yayınevinin yazılı izni olmaksızın yayınlanamaz, basılamaz, mikrofilme çekilemez, dolaylı dahi olsa kullanılamaz, TEKSİR, FOTOKOPİ veya başka bir teknikle çoğaltılamaz, bilgisayarlarda, dizgi makinalarında işlenebilecek bir ortama aktarılamaz.

Aksi davranışlarda bulunanlar 5846 sayılı yasanın 7.6.1995 tarihli değiştirilen 4110 No. lu kanunda belirtilen maddelerce Yazarın ve Yayınevinin maddi ve manevi zararını kabul etmiş olurlar. Bu kanunun mercii makamı T.C. İstanbul Mahkemeleridir.

Bu kitap T.C. Kültür Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Kod No. : Y.0029
ISBN : 978-975-511-556-6
Sertifika No : 17341

Kitabın Adı : Dinamik
Yayın Hakkı : © 2011 Birsen Yayınevi Ltd. Şti.

Kitabın Yazarı : Mehmet Hakkı Omurtag
e-posta : omurtagm@itu.edu.tr
<http://web.itu.edu.tr/~omurtagm/>

Yayınlayan : Birsen Yayınevi Ltd. Şti.
Cağaloğlu Yokuşu, Evren Çarşısı, No. 29/13
Tel : 0212-527 85 78, 0212-522 08 29
Belgegeç : 0212-527 08 95
e-posta : birsenyayin@isbank.net.tr
<http://www.birsenyayin.net.tr>

Teşekkür :  **yolsu** ULUSLARARASI MÜHENDİSLİK VE DANIŞMANLIK HİZMETLERİ A.Ş. firmasının yüksek öğretime verdiği karşılıksız destek için yazar şükranlarını sunar.

e-posta : info@yolsu.com.tr
<http://www.yolsu.com.tr>

Baskı : Cenkler Matbaacılık Amb. San. ve Tic. Ltd. Şti.
İ. Karaoğlanoğlu Cad. Civan Sok. No. 7/1, Seyrantepe – 4, Levent İstanbul
Tel : 0212-264 18 21, 0212-269 04 99, 0212-283 02 77
Belgegeç : 0212-264 05 31
e- posta : cenkler@cenkler.com.tr / cenklermatbaa@yahoo.com
<http://www.cenkler.com>

Kapak Tasarımı : Ceyda Tavukçular Bülbüloğlu (Cenkler Matbaası)

*İnsan Sevgisiyle Dolu
Paylaşımçı ve Yardımsever Kişiliğinin Yanı Sıra
Üst Düzey Bilim Adamı
Merhum Prof. Dr. Yavuz Başar
(1935-2002)
anısına*

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
Önsöz	Xi
Gösterimler	xiii
1 Giriş	1
1.1 Giriş	1
1.2 Tarihçe	1
1.3 Temel Kavramlar	2
1.4 Birim Sistemleri	3
• Örnek	4
PROBLEMLER	4

PARÇACIĞIN DİNAMIĞI

2 PARÇACIĞIN KİNEMATİĞİ	7
2.1 Giriş	7
2.2 Doğrusal Hareket	8
• Örnekler	12
2.3 Doğrusal Hareket – Analitik İntegrasyon	15
• Örnekler	18
2.4 Düzlemde Eğrisel Hareket	23
2.5 Düzlemde Eğrisel Hareket: Kartezyen Koordinat Takımı	25
• Örnekler	27
2.6 Düzlemde Eğrisel Hareket: Doğal Koordinatlar	30
• Örnekler	34
2.7 Düzlemde Eğrisel Hareket: Kutupsal Koordinatlar	37
• Örnekler	41
2.8 Uzayda Eğrisel Hareket	44
• Örnekler	48
2.9 Birbirine Bağlı Parçacıklarda Kısıtlanmış Hareket	52
• Örnekler	53
2.10 İki Parçacık Arasında Bağlı Hareket	57
• Örnekler	58
2.11 Bağlı Hareket	60
• Örnek	64
PROBLEMLER	68

3 PARÇACIĞIN KİNETİĞİ: KUVVET, KÜTLE VE İVME	97
3.1 Newton'un Hareket Denklemi	97
3.2 Kütle ve Ağırlık	98
3.3 Kinetikte Karşılaşılan Problem Çeşitleri	99
3.4 Kartezyen Takımında Hareket Denklemleri	100
• Örnekler	101
3.5 Düzlemde Hareket Denklemleri: Doğal ve Kutupsal Koordinatlar	105
• Örnekler	107
3.6 Uzayda Hareket Denklemleri: Silindirik ve Küresel Koordinatlar	110
• Örnekler	111
PROBLEMLER	115

4	PARÇACIĞIN KİNETİĞİ: İŞ VE ENERJİ	123
4.1	Konuya Bakış	123
4.2	Bir Kuvvetin İşİ	123
	• Örnek	124
4.3	Korunumlu Kuvvet ve Potansiyel	124
	• Örnekler	126
4.4	Potansiyel Enerji	128
	• Örnek	130
4.5	İş ve Enerji İlkesi	131
	• Örnek	132
4.6	Enerjinin Korunumu	133
	• Örnekler	135
4.7	Güç ve Verim	138
	• Örnekler	139
	PROBLEMLER	140
5	PARÇACIĞIN KİNETİĞİ: İMPULS VE MOMENTUM	147
5.1	Konuya Bakış	147
5.2	Doğrusal İmpuls – Momentum İlkesi	147
	• Örnekler	149
5.3	Doğrusal Momentumun Korunumu	151
	• Örnek	152
5.4	Açısal İmpuls – Momentum İlkesi	152
5.5	Açısal Momentumun Korunumu	154
5.6	Düzlemsel Hareket	154
	• Örnekler	155
	PROBLEMLER	158
6	PARÇACIKLAR TOPLULUĞUNUN KİNETİĞİ	163
6.1	Konuya Bakış	163
6.2	Genelleştirilmiş Newton Hareket Denklemi	164
	• Örnek	165
6.3	Parçacıklar Topluluğunda İş ve Enerji	166
	• Örnek	168
6.4	Parçacıklar Topluluğunda Doğrusal İmpuls – Momentum	169
6.5	Parçacıklar Topluluğunda Doğrusal Momentumun Korunumu	170
	• Örnekler	171
6.6	Parçacıklar Topluluğunda Açısal İmpuls – Momentum	175
	PROBLEMLER	177
7	PARÇACIĞIN KİNETİĞİ: ÖZEL KONULAR	183
7.1	Konuya Bakış	183
7.2	Çarpışma	183
	• Örnekler	187
7.3	Merkezsiz Hareket - Gök Mekaniği	190
	• Örnekler	197
7.4	Sürekli Kütle Akımı	200
	• Örnekler	202
7.5	Değişken Kütle	205
	• Örnekler	207
	PROBLEMLER	209

RİJİT CİSMİN DİNAMİĞİ

8	MEKANİK TİTREŞİMLER	217
8.1	Konuya Bakış	217
8.2	Tanımlar	217
8.3	Mekanik Titreşimler	218
	• Örnek	219
8.4	Serbest Cisim Diyagramı (SCD) ve Kinetik Diyagramı	220
8.5	Tek Serbestlik Dereceli Sistem	221
8.6	Sönümsüz Serbest Titreşim	223
	• Örnekler	225
8.7	Sönümsüz Zorlanmış Titreşim	227
	• Örnek	230
8.8	Sönümlü Serbest Titreşim	231
	• Örnek	234
8.9	Sönümlü Zorlanmış Titreşim	235
	• Örnek	236
	PROBLEMLER	238
9	RİJİT CİSMİN DÜZLEMDE KİNEMATİĞİ	243
9.1	Konuya Bakış	243
9.2	Cismin Düzlemde Serbestlik Derecesi	245
9.3	Ötelenme	245
9.4	Sabit Bir Eksen Etrafında Dönme	246
	• Örnekler	249
9.5	Bir Nokta Etrafında Dönen Bir Vektörün, Sabit Takımda Zamana Göre Türevi	250
9.6	Cismin Düzlemde Genel Hareketi	251
9.7	Ötelenen Takımda Bağlı Hareket	253
	• Örnekler	255
9.8	Ani Dönme Merkezi (ADM)	258
	• Örnekler	259
9.9	Ötelenen ve Dönen Takımda Bağlı Hareket	262
	• Örnekler	264
	PROBLEMLER	269
10	RİJİT CİSMİN DÜZLEMDE KİNETİĞİ: KUVVET, KÜTLE VE İVME	275
10.1	Konuya Bakış	275
10.2	Kütle Eylemsizlik Momentleri	277
	• Örnekler	284
10.3	Cismin Düzlemsel Hareketine Ait Denklemler	287
10.4	Cismin Düzlemde Ötelenmesi	290
	• Örnekler	290
10.5	Cismin Düzlemde Sabit Bir Eksen Etrafında Dönmesi	294
	• Örnekler	295
10.6	Cismin Düzlemde Genel Hareketi	298
	• Örnekler	300
	PROBLEMLER	305

11 Rijit Cismin Düzlemde Kinetiği: İş ve Enerji	313
11.1 Konuya Bakış	313
11.2 İş	313
• Örnekler	315
11.3 Kinetik Enerji	316
• Örnek	318
11.4 İş ve Enerji İlkesi	319
• Örnekler	320
11.5 Güç	324
• Örnek	325
PROBLEMLER	326
12 Rijit Cismin Düzlemde Kinetiği: İmpuls ve Momentum	331
12.1 Konuya Bakış	331
12.2 Cisimde Doğrusal İmpuls – Momentum İlkesi	331
12.3 Cisimde Açısal Momentum	332
• Örnek	336
12.4 Cisimde Açısal İmpuls – Momentum İlkesi	337
• Örnekler	337
12.5 Momentumun Korunumu	340
• Örnek	341
PROBLEMLER	342
13 Rijit Cismin Uzayda Kinetiği	345
13.1 Konuya Bakış	345
13.2 Ötelenme	345
13.3 Sabit Bir Eksen Etrafında Dönme	345
13.4 Sonlu ve Sonsuz Küçük Dönmeler	346
13.5 Ötelenen–Dönen Takımdaki Bir Vektörün Sabit Takımda Zamana Göre Türevi	348
• Örnekler	349
13.6 Cismin Uzayda Genel Hareketi	351
• Örnekler	353
PROBLEMLER	356
14 Rijit Cismin Uzayda Kinetiği	359
14.1 Konuya Bakış	359
14.2 Eylemsizlik Momentleri	359
• Örnekler	362
14.3 Uzayda Açısal Momentum	366
14.4 Kartezyen Takımda Açısal Momentum	367
• Örnek	368
14.5 İmpuls–Momentum İlkesi	369
14.6 Kinetik Enerji	369
• Örnek	371
PROBLEMLER	372

KAYNAKLAR	375
EK-A	Birim Çevirmeleri 377
	USCS ve SI Sistemlerinde Birimlerin Kısaltmaları 377
	SI Sisteminde Ön Ekler 378
	GreK Alfabesi 378
EK-B	Bazı Özel Fonksiyonların İntegralleri 379
EK-C	Trigonometrik Bağıntılar 380
EK-D	Vektör Cebri 381
EK-F	Üç Boyutlu ve Homojen Bazı Cisimlerin Kütle Merkezleri 387
CEVAP ANAHTARI	389
DİZİN	401
TÜRKÇE – İNGİLİZCE TEKNİK TERİMLER	405

ÖNSÖZ

MÜHENDİS OLMAK İSTİYORSAK

DİNAMİK ETKİLERİN TASARIMA YANSIMALARINI YORUMLAYABİLMELİYİZ

Dinamik problemler çok basitten çok karmaşığa giden oldukça geniş bir alana yayılıdır. Diğer bir deyişle dinamik ucu açık bir alandır. O nedenle bu kitapta, problemler zorlaştıkça bazı daraltmalar yapılarak konular belli sınırlar içinde tutulmuştur. Daha ileri düzeydeki problemler ise ancak lisansüstü programları kapsamında ele alınabilir. Dinamik problemler statik problemlere göre çok daha fazla günlük hayatımızın içindedir. İçinde seyahat ettiğiniz tüm araçlar (araba, uçak, gemi, asansör gibi), işyerindeki hareketli aksamı olan her türlü makine, yürürken yaptığımız hareketler, yapı-yapı ya da yapı-akışkan etkileşimleri ve saymakla bitmeyecek kadar pek çok olay özünde dinamik davranışlar barındırır. O nedenle dinamiği algılamadan mühendislik problemlerine çözüm aramak aslında ciddi bir eksikliktir. Zaten o nedenle ki, inşası/imalatı tamamlandıktan bir süre sonra karşılaştığımız yapısal sorunların/hasarların altında, büyük ölçüde projenin tasarım aşamasında gözden kaçmış ve hesaplara katılmamış dinamik etkiler yatmaktadır.

Ciddi bir eğitim için tek başına konunun önemini benimsemiş ve bunu gençlere aktarmayı hedef edinmiş bir eğitmen yeterli olamaz. Bir de ona destek verecek, sınırları iyi çizilmiş bir alan içinde konuları ele alan ve pedagojik yapısı doğru kurgulanmış bir ders kitabını eklemeliyiz. Buradan yola çıktığımızda aklımıza şöyle bir soru geliyor:

“Dinamik hak ettiği ilgiyi mühendislik eğitimi içinde görüyor mu?”

Eğer bu sorunun cevabı “**evet**” ise, iki alanda ciddi ilerleme sağlandığını düşünebiliriz. Birincisi; mesleğimizin bir parçası olan dinamik problemleri algılamaya ve bunları mühendislik bakış açısıyla yorumlamaya hazırsınız demektir. İkincisi ise, dinamik problemleri çözebilmek için gereksinim duyduğunuz matematik altyapı size geri planda mühendisliğiniz için gereksinim duyacağınız kıvrak düşünme yeteneğini kazandıracaktır. Kitapta çözülmüş toplam örnek sayısı 123 ve çözülmek üzere konu arkalarında verilmiş problemlerin toplam sayısı da 529 dur. Eserin arkasında **Cevap Anahtarı** ekinde bölüm sonlarındaki tüm problemlerin cevapları mevcuttur. Konu arkası problemlerinin açıklamalı çözümleri ise yazarın **DİNAMİK - ÇÖZÜMLÜ PROBLEMLER (Birsen Yayınevi, İstanbul, 2011)** isimli yardımcı ders kitabında bulunabilir. Seçilen örnekler ile konu arkalarındaki sorular; yerli/yabancı kaynaklardan da yararlanılarak özgün bir yapı içinde derleme yapılarak, İTÜ İNŞAAT FAKÜLTESİ bünyesinde geçmiş yıllarda hazırlanmış sınav soruları taranarak ve yazarın kişisel soru bankasının bir araya getirilip harmanlanmasıyla belirlenmiştir. Kitapta SI birim sistemi kullanılmıştır.

Kitabın arkasında dinamik konusu ile sınırlı tutularak hazırlanmış **TÜRKÇE-İNGİLİZCE TEKNİK TERİMLER** ekinin amacı, sadece İngilizce eğitim yapan kurumlarda okuyan gençlere Türkçe-İngilizce geçişlerinde kolaylık sağlamak olmayıp, aynı zamanda Türkçe eğitim veren kurumlardaki gençlerimize de İngilizce teknik karşılıkları kazandırmaktır.

Uluslar arası kalitede bir eser hedeflendiğinde, sadece içerik yeterli olmuyor. Bunun yanı sıra, pedagojik altyapıyla iç içe geçmiş görsel tamlık ta gerekiyor. Alanında ulusal ve uluslararası önemli projelere imza atmış YOLSU Mühendislik Hizmetleri Ltd. Şti. bu noktadan yola çıkarak, yüksek öğrenime destek verebilmek amacıyla siz yarının mühendisleri için elinizdeki kitaba karşılıksız destek oldu. Gençlere, kaliteye, iş ahlakına, etiğe, kitaba ve yazara büyük değer veren ve YOLSU Mühendislik Hizmetleri Ltd. Şti. 'nin kurucusu olan Sayın Yük. Müh. Gökdal OKAY'a bu bağlamda şükranlarımı ve saygılarımı sunarım.

Bu eser vesilesiyle, üç yıldan fazla süren yoğun yazım aşamasında, başımın tacı Annem Kimya Y.Müh Hayrünnisa Omurtag ile Babam Prof.Dr. A. Cemal Omurtag'a ve arkamdaki büyük destek Eşim Prof.Dr. Gülden Z. Omurtag ile Kızlarım Veteriner Hekim B. İrem Omurtag ve Kimyager P.Sinem Omurtag'a bana gösterdikleri büyük sabır ve anlayış nedeniyle minnettarım.

Ayrıca ilk baskıdaki çok değerli katkıları nedeniyle Sayın Araş.Gör. Akif KUTLU ile Sayın Doç.Dr. Beytullah TEMEL'e içten ve özel olarak teşekkür ediyorum. Kitabın basım aşamasında olumlu yaklaşımı nedeniyle Sayın Bahadır ALGIN'a ve şahsında BİRSEN Yayınevi çalışanlarına, titiz basım konusunda hiç bir özveriden kaçmayan ve bunu eğitime/öğretime bir hizmet olarak addeden Sayın Adnan TAVUKÇULAR'a ve şahsında CENKLER Matbaası çalışanlarına teşekkür ederim. Kitabın ve parçalarının bütün hakları yazara aittir. Kitap hakkında yapılacak önerilerin yazara iletilmesi halinde, bunlar büyük bir titizlikle incelemeye alınacaktır.

Saygılarımla.

Prof.Dr. Mehmet H. OMURTAG
İstanbul Teknik Üniversitesi,
İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü
Maslak 34469, İstanbul

omurtagm@itu.edu.tr
<http://web.itu.edu.tr/~omurtagm/>

İstanbul – 2011

GÖSTERİMLER

a	: ivme, elipsin büyük yarı eksen uzunluğu
$\mathbf{a}_{B/A}$: B noktasının A noktasına göre bağıl ivmesi
A	: Alan
b	: Elipsin küçük yarı eksen uzunluğu
B_{ζ}	: Büyütme çarpanı
c	: Sönüm sabiti
e	: Çarpışma katsayısı, dışmerkezlik
$\mathbf{e}_t, \mathbf{e}_n$: Doğal takımda birim vektörler
$\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_{\theta}$: Kutupsal takımda birim vektörler
$\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_{\theta}, \mathbf{e}_z$: Silindirik takımda birim vektörler
$\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_{\theta}, \mathbf{e}_{\phi}$: Küresel takımda birim vektörler
f	: Sıklık (frekans)
\mathbf{f}_i	: İç kuvvetlerin bileşkesi olan vektör
F	: Kuvvet
g	: Yer çekimi ivmesi
G	: evrensel çekim sabiti
\mathbf{G}	: Doğrusal momentum vektörü
\mathbf{H}	: Açısal momentum vektörü
$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$: Kartezyen takımda birim vektörler
i	: eylemsizlik yarıçapı
I	: İmpuls, eylemsizlik momenti
k	: Yay sabiti, eylemsizlik yarıçapı
m	: Kütle
M, M, \mathbf{M}	: Menzil, Kütle merkezi, moment vektörü
N	: Normal kuvvet
P	: Güç
\mathbf{r}	: Konum vektörü
$\mathbf{r}_{B/A}$: B noktasının A noktasına göre konum vektörü
r, θ	: Kutupsal takım
r, θ, z	: Silindirik takım
r, θ, ϕ	: Küresel takım
s	: Kat edilen yol
s_o	: Sönüm oranı
t	: Zaman
T	: Kinetik enerji,
T, T_s	: tekrar süresi (periyot), sönümlü tekrar süresi

t, n	: Doğal takım
U	: İş
v	: hız
V	: Potansiyel enerji, hacim
$\mathbf{v}_{B/A}$: B noktasının A noktasına göre bağıl hızı
W	: Ağırlık kuvveti
x	: Konum
x_θ, x_h	: Özel çözüm, homojen çözüm
x, y, z	: Kartezyen takım
α	: Açısal ivme
δ_{st}	: Statik uzama
ϕ	: Potansiyel
κ	: Eğrilik
π	: Pi sayısı
μ	: Sürtünme katsayısı
ρ	: Eğrilik yarıçapı, yoğunluk
ω	: Açısal hız
ω, ω_d	: açısal sıklık (frekans), doğal açısal sıklık (frekans)
ω_s	: sönümlü açısal doğal sıklık (frekans)
∇	: Türev operatörü nabra
Σ	: Toplam
\dot{x}	: x in zamana göre birinci türevi dx/dt (hız)
\ddot{x}	: x in zamana göre ikinci türevi d^2x/dt^2 (ivme)
ADM	: Ani dönme merkezi
SCD	: Serbest cisim diyagramı