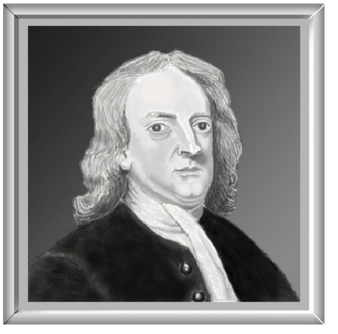
Bölüm 3

Parçacığın Kinetiği: Kuvvet, Kütle ve İvme

3.1 NEWTON'UN HAREKET DENKLEMİ

Kinematik sadece parçacığın hareketine ait geometriyi incelerken, *kinetik, belli bir kuvvet altında parçacığın yapacağı hareketi araştırır*. Deneyler göstermiştir ki, dengelenmemiş bir kuvvetin etkidiği parçacığın ivmesi ile bu kuvvet arasında doğrudan orantı vardır. Ünlü İngiliz matematikçi ve fizikçi Isaac Newton (1642–1727) mekaniğin temel yasaları olarak bilinen ve bu gün de kullanılan Newton yasalarını ortaya koydu. Bunlar:



Isaac Newton

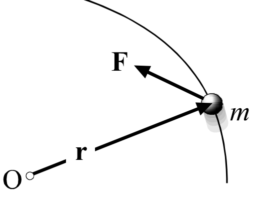
Newton'un 1. Yasası: Dengelenmiş kuvvetlerin etkisindeki bir parçacık ya durur ya da bir doğru boyunca sabit hızla hareket eder.

Newton'un 2. Yasası: Dengelenmemiş bir **F** kuvvetinin bir parçacığa etkimesi durumunda, parçacıkta oluşacak **a** ivmesi, kuvvetle aynı yönde olurken, şiddeti de kuvvetle doğru orantılıdır.

Newton'un 3. Yasası: İki parçacık arasında etki–tepki biçimindeki karşılıklı iki kuvvetin doğrultuları aynı, şiddetleri eşit ama yönleri zıttır.

Birinci ve üçüncü yasalar genelde statikte kullanılırken, *Newton'un ikinci yasası* dinamikte hareketi tanımlamakta kullanılır. Kinetik problemlerin çözümünde izlenecek üç genel yöntem vardır. Bunlar:

- Kuvvet, kütle ve ivmeyi ilişkilendiren Newton'un ikinci yasasına dayanan *hareket denklemi*ni kullanmak (Bu Bölüm)
- *İş ve enerji* yönteminden yararlanmak (4. Bölüm)
- *İmpuls ve momentum* yöntemi (5. Bölüm)



Şekil 3.1

Probleme göre her üç yöntemin de kendine özgü üstünlükleri vardır.

NEWTON'UN HAREKET DENKLEMİ: Şekil 3.1 deki yörüngeyi izleyen m kütleli parçacık, bu hareketini bir **F** kuvvetlerinin etkisinde sürdürürken, *Newton'un hareket denklemi*,

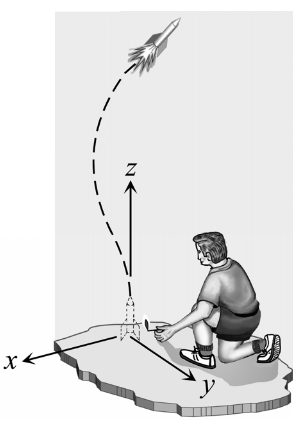
$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= m\ddot{x}\\ \Sigma F_y &= m\ddot{y}\\ \Sigma F_z &= m\ddot{z}\end{aligned} \tag{3.11}$$

elde edilir.

HESAP ESASLARI

- Parçacığın SCD nı anlaşılır bir biçimde çizmek önemlidir. Bunun üzerinde problemin bilinenleri ve bilinmeyenleri açıkça belirtilmelidir.
- İvmenin yönü belli ise SCD da çizilir. Eğer bilinmiyorsa, tercihen pozitif eksenler yönünde seçilerek hesap yapılmaya çalışılır.
- Kuvvetler yönleriyle belli ise, skaler denklemler (3.10) ya da (3.11) yazılır ve ivme bileşenleri a_x, a_y ve a_z bulunur.
- Eğer hesaplanan ivme zamanın fonksiyonu ise, hız ve konumu bulmak için $\mathbf{a} = \mathrm{d}\mathbf{v}/\mathrm{d}t$ ve $\mathbf{v} = \mathrm{d}\mathbf{r}/\mathrm{d}t$ de integrasyon yapılır.
- Eğer ivme yolun fonksiyonu ise, hız ve konumu bulmak için $a\,\mathrm{d}x = v\,\mathrm{d}v$ den hız konumun fonksiyonu biçiminde elde edilir.
- Eğer ivme sabitse, hız ve konumu bulmak için $v = v_o + at$, $s = s_o + v_o t + \frac{1}{2}at^2$ ve $v^2 = v_o^2 + 2a(s - s_o)$ ifadeleri kullanılır.
- Bilinmeyen vektörel büyüklüklerin yönlerini başlangıçta pozitif eksenler yönünde seçmek uygundur. Eğer hesaplar sonucu bunlar içinden negatif işaretli olanlar varsa, onların başlangıçta seçilen yönün tersine etkidikleri anlaşılır.

ÖRNEK 3-1 Bahçede oyun oynayan bir çocuk bir oyuncak roket fişeğini ateşliyor. Eğer kütlesi $m = 50\,\text{gr}$ olan fişeğin Şekil P_1.1 deki yörüngesi $\mathbf{r}(t) = \cos(\pi t)\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + 4t\mathbf{k}\,[\text{m}]$ biçiminde bir fonksiyonla ifade edilebiliyorsa, fişek fırlatıldıktan $4\,\text{sn}$ sonra ulaşacağı noktayı ve bu sırada fişeğe etkiyen kuvveti hesaplayınız.



Şekil P_1.1

ÇÖZÜM: Fişeğin konum vektörü iki kez zamana göre türetilirse,

$$\mathbf{r} = \cos(\pi t)\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + 4t\mathbf{k} \quad [\text{m}] \tag{P$_1$.1}$$

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} = -\pi\sin(\pi t)\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 4\mathbf{k} \quad [\text{m/sn}]$$

$$\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{r}} = -\pi^2\cos(\pi t)\mathbf{i} + 2\mathbf{j} \quad [\text{m/sn}^2]$$

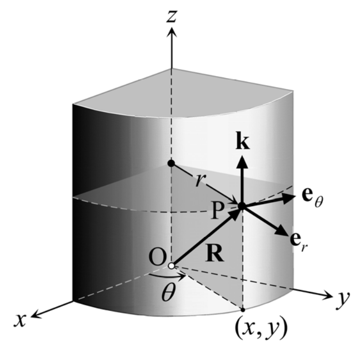
Şu halde, Newton hareket denklemi $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ dan, fişeğe etkiyen kuvvet,

$$N \cong 8.85\,\mathrm{N} \quad \text{ve} \quad Q = 3.97\,\mathrm{N}$$

•

3.6 UZAYDA HAREKET DENKLEMLERİ: SİLİNDİRİK ve KÜRESEL KOORDİNATLAR

Uzayda konum vektörü bu iki takımdan birine uygun ifade edilebilirse, daha sonra hareket denklemleri üstünden problemin kinetiği çözülebilir.



Şekil 3.9 Silindirik takım

SİLİNDİRİK KOORDİNATLAR: Şekil 3.9 daki birim vektörlere göre hareket denklemi $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ yı bileşenleri cinsinden yazarsak:

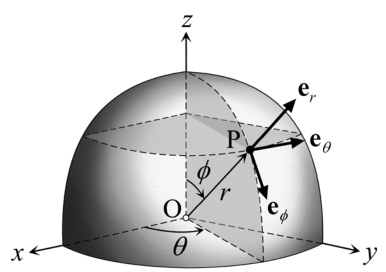
$$\boxed{\mathbf{F} = \Sigma\left(F_r \mathbf{e}_r + F_\theta \mathbf{e}_\theta + F_z \mathbf{e}_z\right)} \Longleftarrow \left\langle \begin{array}{l} \Sigma F_r = m a_r \\ \Sigma F_\theta = m a_\theta \\ \Sigma F_z = m a_z \end{array} \right\} \tag{3.20}$$

İvme bileşenleri:

$$\boxed{a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2} \tag{3.21}$$

$$\boxed{a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}} \tag{3.22}$$

$$\boxed{a_z = \ddot{z}} \tag{3.23}$$



Şekil 3.10 Küresel takım

KÜRESEL KOORDİNATLAR: Şekil 3.10 daki birim vektörlere göre hareket denklemi $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ yı bileşenleri cinsinden yazarsak:

$$\boxed{\mathbf{F} = \Sigma\left(F_r \mathbf{e}_r + F_\theta \mathbf{e}_\theta + F_\phi \mathbf{e}_\phi\right)} \Longleftarrow \left\langle \begin{array}{l} \Sigma F_r = m a_r \\ \Sigma F_\theta = m a_\theta \\ \Sigma F_\phi = m a_\phi \end{array} \right\} \tag{3.24}$$

İvme bileşenleri:

$$\boxed{a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \sin^2\phi - r\dot{\phi}^2} \tag{3.25}$$

$$\boxed{a_\theta = 2\dot{r}\dot{\theta}\sin\phi + r\ddot{\theta}\sin\phi + 2r\dot{\theta}\dot{\phi}\cos\phi} \tag{3.26}$$

$$\boxed{a_\phi = 2\dot{r}\dot{\phi} + r\ddot{\phi} - r\dot{\theta}^2\sin\phi\cos\phi} \tag{3.27}$$