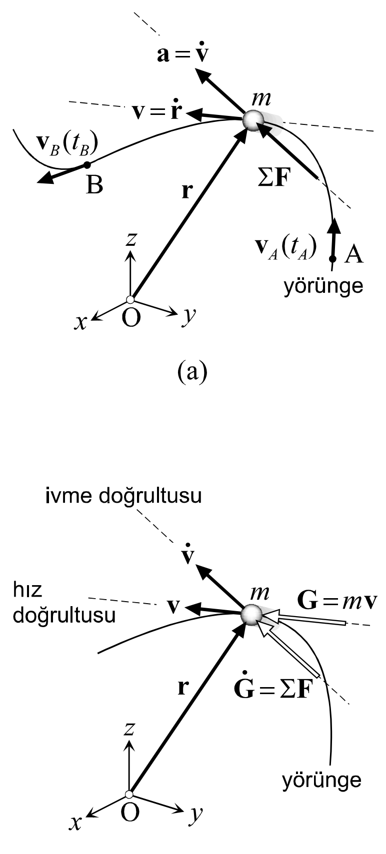
Bölüm 5 Parçacığın Kinetiği: İmpuls ve Momentum

5.1 KONUYA BAKIŞ

Parçacığın hareketi incelenirken üç ana çözüm yöntemi kullanılır. Bunlar:

- Newton hareket denklemi $\Sigma\mathbf{F} = m\,\mathbf{a}$ (Bölüm 3)
- İş ve enerji ilkesi $T_A + \Sigma\int_A^B \mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{r} = T_B$ (Bölüm 4)
- İmpuls ve momentum.

Bu bölümde anlatılacak üçüncü çözüm tarzını kısaca özetlemek gerekirse; *kuvvetin sabit ya da zamanın fonksiyonu olduğu durumlarda eğer hız bir bilinmeyen ise, Newton hareket denklemi zamana göre integre edilerek impuls ve momentum denklemine ulaşılır*. Böylece, özellikle kuvvetin oldukça kısa bir zaman aralığı içinde etkidiği çarpma türü problemlerde ya da $\mathbf{F} = \mathbf{F}(t)$ olması durumunda bu yöntem şık çözümler verir.



Şekil 5.1

5.2 DOĞRUSAL İMPULS – MOMENTUM İLKESİ

Şekil 5.1a daki m kütleli parçacık bileşke kuvvet $\Sigma\mathbf{F}$ nin etkisinde $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$ hızı ile bir yörünge üzerinde hareket ediyor. Burada $\mathbf{v}$ hızı yörüngeye teğet, bileşke kuvvet $\Sigma\mathbf{F}$ de $\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}}$ ivmesiyle aynı yöndedir. Şimdi, Newton hareket denklemini aşağıdaki gibi düzenleyelim:

$$\Sigma\mathbf{F} = m\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(m\mathbf{v})}{\mathrm{d}t} \tag{5.1}$$

DOĞRUSAL MOMENTUM VEKTÖRÜ: Yeni bir vektörel büyüklük olan hız ile kütlenin çarpımına, dinamikte, *doğrusal momentum vektörü*,

$$\boxed{\mathbf{G} = m\mathbf{v}} \tag{5.2}$$

denir (Bakınız Şekil 5.1b). Eğer (5.2) tanımını (5.1) e yerleştirirsek, bu defa Newton hareket denklemi,

5.3 DOĞRUSAL MOMENTUMUN KORUNUMU

Eğer belli bir zaman aralığı $(\Delta t = t_B - t_A)$ içinde parçacığa etkiyen kuvvetlerin bileşkesi sıfır ise $(\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0})$, (5.5) den açıkça görüldüğü gibi,

$$m\mathbf{v}_A = m\mathbf{v}_B$$

olacağı için bu zaman aralığı içinde doğrusal momentum korunmuş olur. Yalnız şunu belirtmekte yarar var, bazen parçacıkta doğrusal momentum her doğrultuda korunmayabilir. Örneğin x ekseni doğrultusunda korunurken y ve z eksenleri yönünde korunmayabilir.

Doğrusal momentumun korunumu daha çok parçacıkların çarpışması ya da patlama kaynaklı etkileşim durumunda oluşur. Tüm sistemin SCD incelenirken, iç ya da dış impuls meydana getiren kuvvetler tespit edilir ve böylece hangi doğrultuda (ya da doğrultularda) doğrusal momentumun korunduğu belirlenir. Sistemin iç impulsları, aynı doğrultuda ama zıt yönlerdeki kuvvetlerden oluştuğu için tüm sistem düşünüldüğünde bunlar her zaman birbirlerini sıfırlar. Hareketin incelendiği süre *çok kısa* ise bazı dış impulslar ya *sıfır*dır ya da *ihmal edilebilir*ler. Bunlara impulsif olmayan kuvvetler denir ve örnek olarak parçacığın ağırlığı gösterilebilir. Aynı çok kısa süre içinde etkiyen çok büyük kuvvetler ise momentumda hissedilir değişikliğe neden olacağından bunlar impulsif kuvvetler olarak adlandırılır.

Şekil 5.4

Bir basit örnek verelim. Şekil 5.4 deki futbolcu çok kısa bir süre içinde futbol topuna ayakkabısının burnuyla uyguladığı kuvvetle onun yönünü ciddi bir biçimde değiştirdiği için, bu kuvvet impulsiftir. Bu sırada, topun hareketi üstünde topun ağırlığı hissedilir derecede etkin olmadığı için impulsif değildir. Eğer topun havadaki hareketini de gözetecek biçimde impuls–momentum analizi yapılacaksa, o zaman hava direnci topun momentumunda etkili olacağından, topun ağırlığı impulsa etki eder.

ÖZET BİLGİ

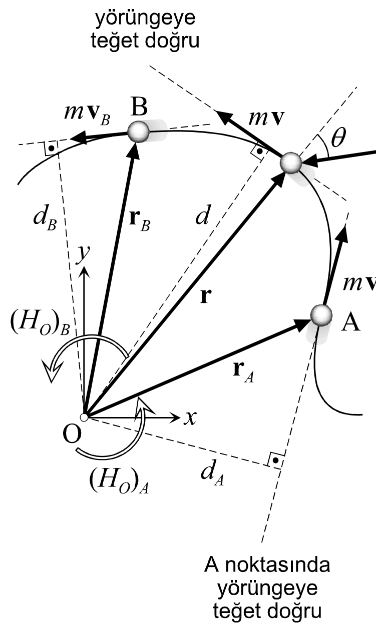
- Newton hareket denkleminin zamana göre integrasyonu doğrusal impuls momentum ilkesini verir. A ve B noktaları arasında yazılacak denklem;

$$m\mathbf{v}_A + \Sigma \int_{t_A}^{t_B} \mathbf{F} \mathrm{d}t = m\mathbf{v}_B$$

- Hız vektörünün kütle ile çarpımına $(\mathbf{G} = m\mathbf{v})$ doğrusal momentum vektörü denir. $\Sigma \int_{t_A}^{t_B} \mathbf{F} \mathrm{d}t$ ise zaman aralığı $\Delta t = t_B - t_A$ içinde tüm kuvvetlerin impulsudur.

ediyorsa, yazılacak toplam üç denklemden iki tanesi (x, y) *düzleminde doğrusal impuls momentum denklemi ve bir tanesi de bu düzleme dik* z *ekseni yönünde açısal impuls momentum denklemidir*. Şöyle ki; bileşke kuvvet $\Sigma\mathbf{F}$ in etkisiyle düzlemde eğrisel bir yörünge çizerek A noktasından B noktasına doğru giden Şekil 5.7 deki m kütleli parçacığın hareketini incelerken yazacağımız denklemler aşağıdaki verilmiştir. Şöyle ki:

$$m(v_x)_A + \Sigma\int_{t_A}^{t_B} F_x \,\mathrm{d}t = m(v_x)_B$$
$$m(v_y)_A + \Sigma\int_{t_A}^{t_B} F_y \,\mathrm{d}t = m(v_y)_B \qquad (5.15)$$
$$(H_O)_A + \Sigma\int_{t_A}^{t_B} M_O \,\mathrm{d}t = (H_O)_B$$



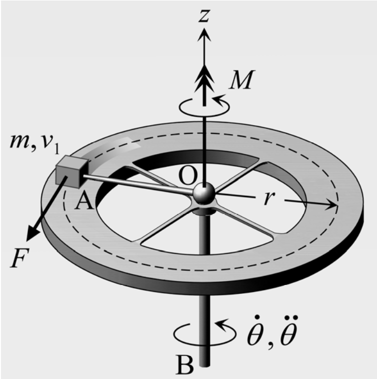
Şekil 5.7

Şimdi (5.15) deki üçüncü denklemi biraz yorumlayalım. Parçacığın hızı, A noktasında $\mathbf{v}_A$ ve B noktasında $\mathbf{v}_B$ ise, bu noktalarda açısal momentum $(H_O)_A = \|\mathbf{r}_A \times m\mathbf{v}_A\| = mv_A d_A$ ve $(H_O)_B = \|\mathbf{r}_B \times m\mathbf{v}_B\| = mv_B d_B$ olur. Burada d_A ve d_B, yörüngeye A ve B noktalarında teğet olan doğrulara O noktasından inilen dikmelerdir. Düzlemsel harekette, açısal momentumun şiddeti noktadan noktaya farklı olsa da, doğrultusu hep aynı kalır. Şu halde (5.15) deki açısal momentum denklemini daha açık yazarsak:

$$(m_A v_A)d_A + \int_{t_A}^{t_B} \Sigma(Fr\sin\theta)\mathrm{d}t = (m_B v_B)d_B$$

ÖRNEK 5-4 Şekil P_4.1 de, ucunda bir topuzu bulunan OB çubuğu O noktasındaki bilezikten geçirilip, z ekseni doğrultusunda serbestçe dönebilecek biçimde düşey konumda yerleştiriliyor. Daha sonra O noktasındaki topuza yatay konumdaki OA çubuğu saplanıyor. Ağırlığı ihmal edilebilecek mertebedeki bu çubuğun diğer ucuna da kütlesi $m = 8\,\text{kg}$ olan bir parçacık bağlı. A parçacığı başlangıç hızı $v_1 = 2\,\text{m/sn}$ olacak biçimde $r = 1.2\,\text{m}$ yarıçaplı dairesel bir yörüngede harekete başladığı an, yörüngeye hep teğet kalacak biçimde $F = 4t\,\text{N}$ luk bir kuvvet ile OB milini z ekseni etrafında döndürmeye zorlayan $M = 12\,\text{Nm}$ lik bir moment birlikte etkimeye başlıyorlar. Sabit duran halka biçimli yatay platformun üstündeki A kütlesinin, hareketine başladıktan $6\,\text{sn}$ sonraki:

a). Hızını bulunuz,
b). Açısal hızını hesaplayınız,
c). Açısal ivmesini elde ediniz.



Şekil P_4.1