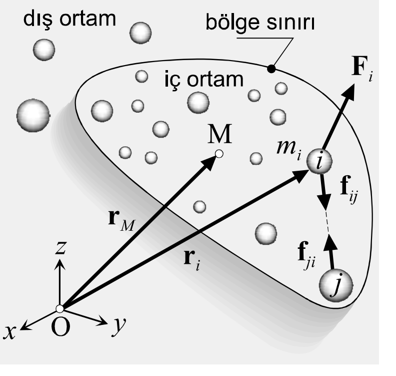
Bölüm 6 Parçacıklar Topluluğunun Kinetiği

6.1 KONUYA BAKIŞ

Buraya kadar hep tek bir parçacığın dinamiğini inceledik. Bu bölümde ise, birbirleriyle etkileşim içinde olan birden çok parçacığı yani *parçacıklar topluluğu*nu inceleyeceğiz. Yapılan *varsayım, rijit parçacıklar arasındaki uzaklıkların değişmediği esasına dayanır* ki, bu da daha sonra bizim rijit cismin dinamiğine geçmemize yardımcı olacak. Aynı parçacığın kinetiğinde olduğu gibi, bu bölümde de parçacık sistemleri için hareket denklemi, iş–enerji ve impuls–momentum konuları ele alınacak.

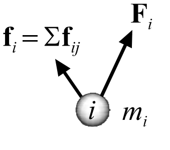


(a) Parçacıklar topluluğu

Parçacıklar Topluluğu: Şekil 6.1a da görüldüğü gibi n adet parçacıktan oluşan *sınırlı* bir *bölge*dir ve parçacıklar arasındaki uzaklıklar değişmez. Her parçacığın bir kütlesi olduğundan, topluluğun toplam kütlesi $m = \Sigma m_i$ ve kütle merkezi M dir. Topluluğu oluşturan parçacıklar içinden tamamen keyfi olarak seçtiğimiz m_i kütleli $i.$ parçacığın konum vektörü $\mathbf{r}_i$ ve topluluğun kütle merkezi M nin konum vektörü $\mathbf{r}_M$ olsun. Şu halde, statikte anlatılan kütle merkezi kavramı $\mathbf{r}_M\, m = \Sigma(m_i \mathbf{r}_i)$ yi iki kez zamana göre türetirsek,

$$\mathbf{a}_M\, m = \Sigma\left(m_i\, \mathbf{a}_i\right) \tag{6.1}$$

yazılır. Bu sonuca varılırken, parçacıklar topluluğunda kütlenin değişmediğini, yani zaman içinde kütlede artma ya da azalma olmadığını varsaydık. Değişken kütleli durum daha ileride ele alınacak.



(b) iç ortamdaki $i.$ parçacık

Şekil 6.1

Bir Parçacığa Etkiyen Kuvvetler: Şekil 6.1b de görüldüğü gibi, $i.$ parçacığa etkiyen kuvvetlerin bir kısmı *dış ortam*, diğer bir kısmı *iç ortam* (sınırlı bölge) kaynaklıdır.

- *Dış ortam kuvvetlerinin bileşkesi* $\mathbf{F}_i$: Sınırlı bölgenin dışında kalan cisim ya da parçacıkların m_i kütlesine temas etmeleri ya da ona olur. Hatırlatmak için; i. parçacığın konum vektörü $\mathbf{r}_{i/M}$ topluluğun kütle merkezi M den ölçüldüğünden, topluluğun kütle merkezi M ye göre parçacıklar topluluğunun kütle statik momenti $\Sigma m_i \mathbf{r}_{i/M} = \mathbf{0}$ dır. Buna göre, (6.15) de (6.17) yerleştirilirse, hareket denklemi,

$$\Sigma \mathbf{F}_i = \Sigma m_i \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\mathbf{v}_M + \dot{\mathbf{r}}_{i/M}\right) = \Sigma m_i \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_M}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\underbrace{\left(\Sigma m_i \mathbf{r}_{i/M}\right)}_{=\mathbf{0}} = m\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_M}{\mathrm{d}t}$$

$$\Rightarrow \quad \Sigma \mathbf{F}_i \, \mathrm{d}t = m \, \mathrm{d}\mathbf{v}_M \tag{6.18}$$

biçiminde yazılır. Burada parçacıklar topluluğunun tüm kütlesi $m = \Sigma m_i$ dir. (6.18) türetilirken, hareket süresince topluluğun kütlesi $m = sabit$ kaldığı varsa-yıldığı için, bu ifade değişken kütleli dinamik olaylara uygulanamaz. $t_A \leq t \leq t_B$ zaman aralığı içinde parçacıklar topluluğunun kütle merkezi A dan B ye doğru giderken, t_A anındaki hızı $(v_M)_A$ ve t_B anındaki hızı $(v_M)_B$ dir. Şu halde, şimdi (6.18) integre edilirse,

$$\boxed{m\left(\mathbf{v}_M\right)_A + \Sigma\int_{t_A}^{t_B} \mathbf{F}_i \, \mathrm{d}t = m\left(\mathbf{v}_M\right)_B} \tag{6.19}$$

elde edilir. Bu ifadeyle bir anlamda, m kütleli parçacıklar topluluğu kütle merkezi M de toplanarak tek bir parça gibi düşünülmekte ve sisteme etkiyen bileşke kuvvet $\Sigma \mathbf{F}_i$ nin bunun üstünde neden olduğu impulsif etkisinin meydana getireceği hareket incelenmektedir.

6.5 PARÇACIKLAR TOPLULUĞUNDA DOĞRUSAL MOMENTUMUN KORUNUMU

Parçacıklar topluluğuna etkiyen impulsların toplamı sıfırsa $(\int \mathbf{F}\,\mathrm{d}t = \mathbf{0})$, momentum korunur ve bu durumda birbirine eşdeğer olan (6.16) ve (6.19) ifadeleri,

$$\mathbf{G}_A = \mathbf{G}_B \quad \Rightarrow \quad \left\langle \begin{array}{l} \Sigma m_i \left(\mathbf{v}_i\right)_1 = \Sigma m_i \left(\mathbf{v}_i\right)_2 \\ m\left(\mathbf{v}_M\right)_A = m\left(\mathbf{v}_M\right)_B \end{array} \right\} \tag{6.20}$$

olur. İkinci denklemden çıkan önemli sonuç, *dış impulslar sıfırsa, parça-cıklar topluluğunun kütle merkezi sabit hızla hareket eder*, yani,

$$\left(\mathbf{v}_M\right)_A = \left(\mathbf{v}_M\right)_B$$

olur. *Topluluğu oluşturan parçacıkların birbirleriyle çarpıştığı ya da bir-birlerini etkilediği durumlarda momentum korunur.*

***$v_P \nearrow\!\!\nearrow v_M$* İse:** Bu durumda $\mathbf{v}_P \times m\mathbf{v}_M = \mathbf{0}$ olur ve (6.27) sadeleştirilip $t_A \le t \le t_B$ zaman aralığında integre edilirse, *açısal impuls – momentum*:

$$\Sigma \mathbf{M}_P = \frac{\mathrm{d}\mathbf{H}_P}{\mathrm{d}t} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\left(\mathbf{H}_P\right)_A + \Sigma \int_{t_A}^{t_B} \mathbf{M}_P \, \mathrm{d}t = \left(\mathbf{H}_P\right)_B} \qquad (6.30)$$

Bu ifade gerekirse M noktası için de aynı yapıda yazılabilir.

ÖZET BİLGİ

- M parçacıklar topluluğunun kütle merkezi, P ise hareketli bir nokta olmak üzere, açısal impuls– momentum denklemi:

$$\Sigma \mathbf{M}_P = \frac{\mathrm{d}\mathbf{H}_P}{\mathrm{d}t} + \mathbf{v}_P \times m\mathbf{v}_M$$

- Açısal impuls– momentumda $t_A \le t \le t_B$ zaman aralığı içinde üç özel durumla karşılaşılır:
  - P sabit nokta: Bu durumda $\mathbf{v}_P = \mathbf{0}$ dır.

$$\Sigma \mathbf{M}_P = \frac{\mathrm{d}\mathbf{H}_P}{\mathrm{d}t} \quad \Rightarrow \quad \left(\mathbf{H}_P\right)_A + \Sigma \int_{t_A}^{t_B} \mathbf{M}_P \mathrm{d}t = \left(\mathbf{H}_P\right)_B$$

  - P kütle merkezi: $\mathrm{P} = \mathrm{M}$ aynı noktadır ve $\mathbf{v}_P = \mathbf{v}_M$ olur.

$$\Sigma \mathbf{M}_M = \frac{\mathrm{d}\mathbf{H}_M}{\mathrm{d}t} \quad \Rightarrow \quad \left(\mathbf{H}_M\right)_A + \Sigma \int_{t_A}^{t_B} \mathbf{M}_M \mathrm{d}t = \left(\mathbf{H}_M\right)_B$$

  - $\mathbf{v}_P \nearrow\!\!\nearrow \mathbf{v}_M$: Bu iki hızın vektörel çarpımı sıfırdır.

$$\Sigma \mathbf{M}_P = \frac{\mathrm{d}\mathbf{H}_P}{\mathrm{d}t} \quad \Rightarrow \quad \left(\mathbf{H}_P\right)_A + \Sigma \int_{t_A}^{t_B} \mathbf{M}_P \, \mathrm{d}t = \left(\mathbf{H}_P\right)_B$$