

## 11.1 KONUYA BAKIŞ

Cismin iki farklı konumuna ait hızlar arasındaki ilişkiyi kuran *iş ve enerji yöntemi*, doğrudan hıza dönük hesaplarda kolaylık sağlar. Yöntemin bir başka üstünlüğü ise, iş ve enerjinin *skaler* büyüklükler olmasıdır. Kinetik ilişkiden yararlanılarak Newton'un ikinci hareket denklemi konum ile hızı ilişkilendirecek biçimde düzenlendikten sonra integre edilirse, iş ve enerji için yönetici denkleme ulaşılır.

## 11.2 İŞ

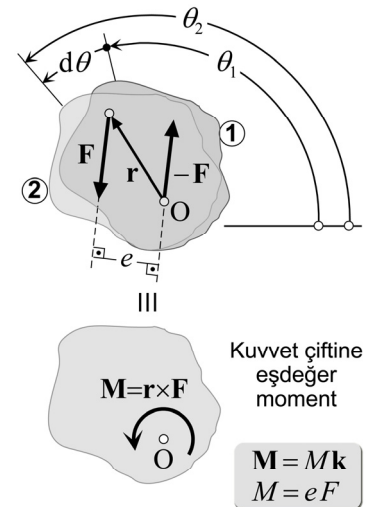
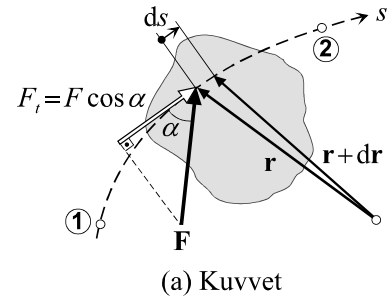
Dengelenmemiş bileşke kuvvet  $\Sigma \mathbf{F}$ , bir maddesel noktaya etkiğinde, onda sadece *ötelenmeye* neden olurken, bir cisme etkimesi durumunda onda *ötelenme* ve/veya *dönme* gözlenir. Bunun nedeni, boyutları gözelen cisme etkileyen kuvvetlerin bir noktaya indirgenmesi sırasında ortaya çıkan *kuvvet-kuvvet çiftidir*. İndirgeme işlemi sırasında bazen bu etkilerden biri ya da ikisi birden karşımıza çıkar. Şekil 11.1a'daki  $\mathbf{F}$  kuvvetinin cisimde yapacağı  $d\mathbf{r}$  yer değiştirmesi ve Şekil 11.1b'deki kuvvet çifti  $\mathbf{F}, -\mathbf{F}$  nin moment etkisi  $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$  nin neden olacağı  $d\theta$  dönmesi için:

$$\text{Kuvvetin işi} \quad : \quad U_F = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} \quad (11.1)$$

$$\text{Momentin işi} \quad : \quad U_M = \int \mathbf{M} \cdot d\theta \quad (11.2)$$

**İşin İşareti:** Bölüm 4 te anlatıldığı gibi, Şekil 11.1a'daki  $\mathbf{F}$  kuvvetinin sadece yörüngeye izdüşümü olan  $F_t = F \cos \alpha$  bileşeni iş yapar. Eğer *kuvvetin yörüngeye izdüşümü ile cismin hareket yönü aynı ise yapılan iş pozitifdir, aksi halde negatif olur.*

Düzlemsel harekette kuvvet çiftinin moment etkisi, hareket düzlemine dik bir vektördür. Şekil 11.1b'deki cisme etkileyen kuvvet çifti  $\mathbf{F}, -\mathbf{F}$  nin



olur.

**Sabit Bir O Noktası Etrafında Dönen Cisim:** Sabit bir O noktası etrafında  $\omega$  açısal hızıyla dönen cismin kütle merkezinin hızı da  $v_M$  olur. Şekil 11.7 de görüldüğü gibi O noktası hariç cismin tüm noktaları hem *ötelenme* ve hem de *dönme* hareketi yaptığı için, cismin kinetik enerjisi,

$$T = \frac{1}{2}mv_M^2 + \frac{1}{2}I_M\omega^2 \quad (11.19)$$

olur. O noktası cisim için *ani dönme merkezi* (ADM) dir. Kütle merkezinin hızı  $v_M = \omega r_M$  biçiminde hesaplanır. Buna göre, (11.19) u biraz düzenlersek,

$$T = \frac{1}{2} \underbrace{(mr_M^2 + I_M)}_{I_O} \omega^2 \quad (11.20)$$

sonucuna ulaşılır.  $I_O$  cismin O noktasına göre kütle eylemsizlik momenti olmak üzere, (11.20) ye paralel eksen kaydırma teoremi uygulanırsa,

$$T = \frac{1}{2}I_O\omega^2 \quad (11.21)$$

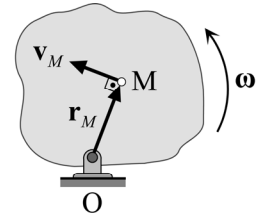
elde edilir. O noktası ADM olduğundan, burada hız  $v_O = 0$  dır. Yalnız *O noktası cismin üstünde bir nokta olmalıdır, ki böylece cismin zaman içindeki hareketi sırasında  $I_O$  değişmesin.*

**Cismin Genel Düzlemsel Hareketi:** Bu durumda cisim  $\omega$  açısal hızıyla dönerken, cismin tüm noktalarının hız vektörleri birbirlerinden farklıdır. Bu durumda eğer cismin kütle merkezinin hızı da  $v_M$  ise, o zaman cismin kinetik enerjisi kütle merkezi M nin üstünden (11.15) de belirtildiği gibi hesaplanır.

**ÖRNEK 11-3** Şekil P<sub>3.1</sub> deki makaradan geçen ipin bir ucu aşağıya doğru hareket eden B külesine, diğer ucu eğik düzlemde kaymadan hareket eden D diskinin dolanmıştır. Cisimlerin kütleleri  $m_D = 4 \text{ kg}$ ,  $m_M = 2 \text{ kg}$ ,  $m_B = 40 \text{ kg}$ , diskin yarıçapı  $r_D = 0.5 \text{ m}$ , makaranın yarıçapı  $r_M = 0.9 \text{ m}$  olup, hareketin incelendiği anda diskin açısal hızı  $\omega_D = 9 \text{ rad/sn}$  ise, sistemin toplam kinetik enerjisini hesaplayınız.

**ÇÖZÜM:** *Kinematik:* Diskin açısal hızını kullanarak ipin ucundaki her iki cismin hızını ve makaranın açısal hızını bulalım. Şekil P<sub>3.2</sub> deki diskin eğik düzleme temas ettiği A noktası onun için ani dönme merkezi (ADM) dir. Buna göre, diskin kütle merkezinin hızı ile kablunun bağlantı noktası K'nin hızı aşağıdaki belirtildiği biçimde hesaplanır.

$$v_D = \omega_D r_D = 9 \times 0.5 = 4.5 \text{ m/sn} \nearrow$$



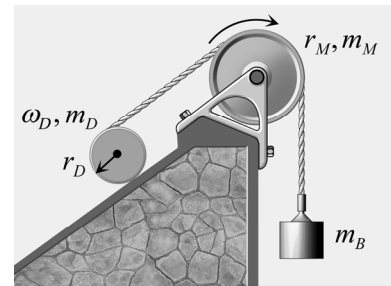
Sabit bir eksen etrafında dönme

$$T = \frac{1}{2}mv_M^2 + \frac{1}{2}I_M\omega^2$$

ya da

$$T = \frac{1}{2}I_O\omega^2$$

Şekil 11.7



Şekil P<sub>3.1</sub>

$$(v_O)_2 = \omega_2 r = 0.4\omega_2$$

Diskin O noktasına kütle eylemsizlik momenti:

$$I_O = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times 0.4^2 = 0.64 \text{ kg m}^2$$

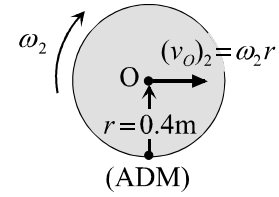
Şu halde, diskin son durumu için ulaşacağı kinetik enerji:

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{1}{2}m(v_O)_2^2 + \frac{1}{2}I_O\omega_2^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 8(0.4\omega_2)^2 + \frac{1}{2} \times 0.64\omega_2^2 \quad \Rightarrow \quad T_2 = 0.96\omega_2^2 \end{aligned} \quad (\text{P}_6.3)$$

*İş enerji ilkesi:* de (P<sub>6.1</sub>), (P<sub>6.2</sub>) ve (P<sub>6.3</sub>) den yararlanarak enerjinin korunumu ilkesi  $T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2$  yazılırsa, diskin açısal hızı,

$$0 + 311 = 0.96\omega_2^2 \quad \Rightarrow \quad \omega_2 \cong \pm 18 \quad \Rightarrow \quad \omega_2 = 18 \text{ rad/sn} \curvearrowright$$

bulunur.



Kinematik diyagramı  
Şekil P<sub>6.3</sub>

## 11.5 GÜÇ

*Güç, birim zamanda yapılan iş* olarak tanımlanır. Bölüm 4.7 de anlatıldığı gibi, eğer bir cisim ona etkiyen  $\mathbf{F}$  kuvvetinin etkiyle  $d\mathbf{r}$  kadar yer değiştirirse,  $\mathbf{F}$  kuvvetinin bu cisme uyguladığı güç,

$$P = \frac{dU}{dt} = \frac{\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \quad (11.23)$$

biçiminde hesaplanır. Buradaki  $\mathbf{v}$  hızı kuvvetin etkideği noktada ölçülür. Eğer  $\mathbf{F}$  ve  $\mathbf{v}$  aynı yönde ise, güç pozitifdir, aksi halde negatif olur.

Benzer biçimde, bir kuvvet çiftinin momenti  $\mathbf{M}$  nin bir cisme etkimesi sonrasında eğer cisim  $d\theta$  kadar dönmüş ise, momentin cisimde neden olacağı güç, tanım gereği,

$$P = \frac{dU}{dt} = \frac{\mathbf{M} \cdot d\theta}{dt} = \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\omega} \quad (11.24)$$

olur. Buradaki  $\boldsymbol{\omega}$  açısal hızı momentin cisme etkideği sırada ölçülmüştür. Eğer  $\mathbf{M}$  ve  $\boldsymbol{\omega}$  aynı yönde ise, güç pozitifdir, aksi halde negatif olur. Eğer cisim hem kuvvet hem de moment etkisinde ise, güç,

$$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\omega} \quad (11.25)$$

olur. Gücün birimi Watt [W] dir.