

13.1 KONUYA BAKIŞ

Üç boyutlu kinematik problemlerin çözüm esasları düzlem hal için anlatılanlarla paralellik gösterse de, üçüncü boyutun devrede olması nedeniyle vektörel hesabı gerekli ve yararlı kılar. Bu bölümde cismin uzayda kinematığı incelenirken, hedef, bazı temel problemlerin nasıl ele alınacağı hakkında fikir vermektir.

13.2 ÖTELENME

Uzayda *doğrusal* ya da *eğrisel* bir yörünge izleyerek *ötelenme* hareketi yapan bir cismin üstünde A ve B diye iki nokta düşünelim (Bakınız Şekil 13.1). B noktasının konum vektörünü A noktası üstünden tanımlarsak,

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A} \quad (13.1)$$

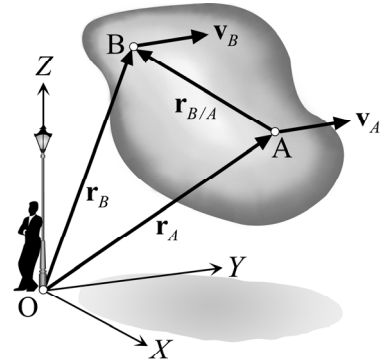
Cismin ötelenmesi sırasında B noktasının A noktasına göre konumunu ifade eden $\mathbf{r}_{B/A}$ vektörünün boyu, doğrultusu ve yönü değişmez. O nedenle $\mathbf{r}_{B/A}$ bir *sabit vektördür*. Şu halde (13.1) ardışık iki kez zamana göre türetilirse, B noktasının hızı ile ivmesi,

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v}_B &= \mathbf{v}_A \\ \mathbf{a}_B &= \mathbf{a}_A \end{aligned} \right\} \quad (13.2)$$

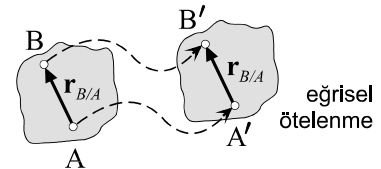
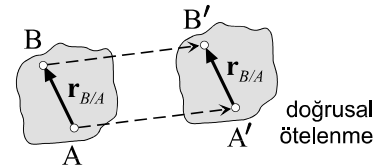
olur.

13.3 SABİT BİR EKSEN ETRAFINDA DÖNME

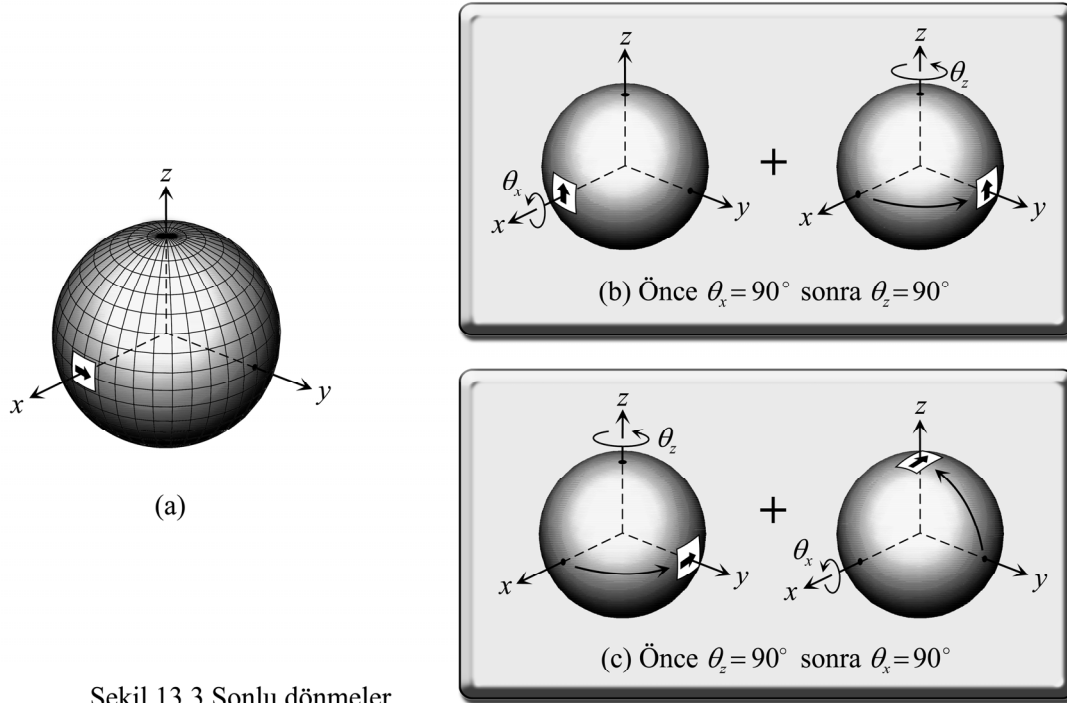
Şekil 13.2a da $e-e$ eksenini etrafında ω açısal hızı ile dönen bir cisim görülüyor. Cismin $e-e$ eksenini üstünde olmayan tüm noktaları, eksene dik bir düzlemde dairesel hareket yapar. *Dönme eksenini* $e-e$ *sabit* olup,



(a) Cismin kinematik diyagramı



(b) Ötelenme
Şekil 13.1



Şekil 13.3 Sonlu dönmeler

- Önce $\theta_x = 90^\circ$ sonra $\theta_z = 90^\circ$ dönüşü: küre x ekseninde 90° ↺ döndürülürse, Şekil 13.3b de görüldüğü gibi ok olduğu yerde dönüp ↕ olacak biçimde z eksenine paralel hale gelir. Daha sonra küre z ekseninde 90° döndürülürse bu defa ok y ekseninin küreyi deldiği noktaya gider.
- Önce $\theta_z = 90^\circ$ sonra $\theta_x = 90^\circ$ dönüşü: Şekil 13.3c de görüldüğü gibi küre z ekseninde 90° döndürülürse, ok y ekseninin küreyi deldiği noktaya gider. Daha sonra küre x ekseninde 90° döndürülünce bu defa ok z ekseninin küreyi deldiği noktaya gider.

Bu uygulama sonrasında görüldü ki; θ_x ve θ_z vektörleri sonlu dönmeler olduğu için, bunların uygulanış sırası değiştirildiğinde ok işareti kürenin farklı noktalarına taşındı.

Sonsuz Küçük Dönmeler: Eğer dönme vektörleri sonsuz küçükse, bunların vektörel toplamında paralel kenar ilkesi uygulanabilir. O nedenle cismin üç boyutlu davranışı sırasında gözlenen açısal hareketlerden ancak sonsuz küçük olanları gözetilebilecek.

$$\mathbf{a}_y = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & 3.25 \\ 0 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 6.5\mathbf{i} \text{ rad/sn}^2$$

olur. Bu sonucu (P_{1.2}) de yerleştirirsek, AC kolunun açısal ivmesi:

$$\mathbf{a}_{AC} = 0 + 6.5\mathbf{i} = 6.5\mathbf{i} \text{ rad/sn}^2$$

c). C noktasının O noktasına göre konum vektörü,

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{C/O} &= 0.5\mathbf{j} + (0.22 \cos 30^\circ \mathbf{i} + 0.22 \sin 30^\circ \mathbf{k}) \\ &= 0.19\mathbf{i} + 0.5\mathbf{j} + 0.11\mathbf{k} \text{ m} \end{aligned}$$

C noktasının mutlak hızı:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_C &= \boldsymbol{\omega}_{AC} \times \mathbf{r}_{C/O} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & -2 & 3.25 \\ 0.19 & 0.5 & 0.11 \end{vmatrix} \\ &\cong -1.85\mathbf{i} + 0.62\mathbf{j} + 0.38\mathbf{k} \text{ m/sn} \end{aligned}$$

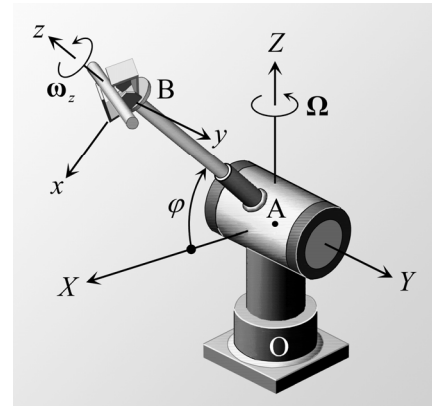
d). C noktasının mutlak ivmesi:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_C &= \mathbf{a}_{AC} \times \mathbf{r}_{C/O} + \boldsymbol{\omega}_{AC} \times (\boldsymbol{\omega}_{AC} \times \mathbf{r}_{C/O}) \\ &= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 6.5 & 0 & 0 \\ 0.19 & 0.5 & 0.11 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & -2 & 3.25 \\ -1.85 & 0.62 & 0.38 \end{vmatrix} \\ &= -2.78\mathbf{i} - 6.7\mathbf{j} - 0.43\mathbf{k} \text{ m/sn}^2 \end{aligned}$$

ÖRNEK 13-2 Şekil P_{2.1} deki robot kolunun ucundaki maşanın tuttuğu makina parçası z eksenini etrafında $\omega_z = 1.3 \text{ rad/sn}$ lik sabit açısal hızla dönerken, AB kolunun bağlı olduğu OA kolu da Z eksenini etrafında $\Omega = 2 \text{ rad/sn}$ lik sabit açısal hızla dönüyor. X eksenini ile z eksenini arasında ölçülen düşey açı $\varphi = 60^\circ$ ve $\overline{AB} = 0.6 \text{ m}$ dir.

- AB kolunun açısal hızını bulunuz
- AB kolunun açısal ivmesini bulunuz
- B deki maşanın mutlak hızını bulunuz
- B deki maşanın mutlak ivmesini bulunuz

ÇÖZÜM: a). Şekil P_{2.2} den yararlanarak sabit (X, Y, Z) takımında tanımlı $\boldsymbol{\Omega} = 2\mathbf{K}$ rad/sn yi hareketli (x, y, z) takımında bileşenlerine ayırarak AB kolunun açısal hızını hesaplayalım. $y \nearrow Y$ dir.



Şekil P_{2.1}