ISTANBUL TECHNICAL UNIVERSITY ★ GRADUATE SCHOOL OF SCIENCE ENGINEERING AND TECHNOLOGY

THE DYNAMIC ANALYSIS OF NON-CYLINDRICAL VISCOELASTIC HELICAL BARS USING MIXED FINITE ELEMENT METHOD

M.Sc. THESIS

Merve ERMİŞ

Department of Civil Engineering

Structure Engineering Programme

Thesis Advisor: Prof. Dr. Mehmet H. OMURTAG

MAY 2015

ISTANBUL TECHNICAL UNIVERSITY ★ GRADUATE SCHOOL OF SCIENCE ENGINEERING AND TECHNOLOGY

THE DYNAMIC ANALYSIS OF NON-CYLINDRICAL VISCOELASTIC HELICAL BARS USING MIXED FINITE ELEMENT METHOD

M.Sc. THESIS

Merve ERMİŞ
(501121036)

Department of Civil Engineering

Structure Engineering Programme

Thesis Advisor: Prof. Dr. Mehmet H. OMURTAG

26 MAY 2015

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SİLİNDİRİK OLMAYAN VİSKOELASTİK HELİSEL ÇUBUKLARIN KARIŞIK SONLU ELEMAN YÖNTEMİ İLE DİNAMİK ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Merve ERMİŞ
(501121036)

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Yapı Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Mehmet H. OMURTAG

26 MAYIS 2015

Merve ERMİŞ, a **M.Sc.** student of ITU **Graduate School of Science Engineering and Technology** student ID **501121036**, successfully defended the **thesis** entitled "**THE DYNAMIC ANALYSIS OF NON-CYLINDRICAL VISCOELASTIC HELICAL BARS USING MIXED FINITE ELEMENT METHOD**", which she prepared after fulfilling the requirements specified in the associated legislations, before the jury whose signatures are below.

Thesis Advisor : **Prof. Dr. Mehmet H. OMURTAG** ....
Istanbul Technical University

Jury Members : **Prof. Dr. Ünal ALDEMİR** ....
Istanbul Technical University

Prof. Dr. Turgut KOCATÜRK ....
Yıldız Technical University

Date of Submission : 04 May 2015
Date of Defense : 26 May 2015

FOREWORD

This thesis was written for my M.Sc. degree in Structure Engineering Programme of Civil Engineering Department at the İstanbul Technical University. My M.Sc. thesis has made a interesting and informative contribution to me. First, I would like to thank and show my appreciation and gratitude to my thesis advisor Prof. Dr. Mehmet H. OMURTAG for his encouragements, precious suggestions, guidance in writing thesis and instructing me how to study effectively. I would like to thank Assoc. Prof. Dr. Nihal ERATLI for her valuable supports, continuous encouragement, vision and help. Next, I would like to thank Assoc. Prof. Dr. Ahmet Hakan ARGEŞO for his valuable contributions on the field of viscoelasticity and Ass. Prof.Dr. Akif KUTLU, Res. Assist. Dr. Murat YILMAZ for their supports.

I would also like to express my sincere gratitude for my family, their precious supporting me and their advice on how to maintain my motivation during the study of my thesis.

Some part of this research is supported by The Scientific and Technological Research Council of Turkey (Project No. 111M308) and fully supported by the Research Foundation of ITU (Project No. 38078). I would like to thank their financial support.

May 2015

Merve ERMİŞ
Civil Engineer

TABLE OF CONTENTS

Page

LIST OF TABLES

Page

LIST OF FIGURES

Page

$_{ij}$

LIST OF SYMBOLS

aT	:	Modified Durbin Laplace transformation parameter
t	:	Time parameter
f	:	Force, Function
$\overline{(\ldots)}$	:	Transformed
i	:	Complex number
I	:	Convolution integral
H(...)	:	Heaviside unit function
$\mathcal{L}[...]$	:	Laplace transformation operator
P	:	Force
T	:	Time interval of the solution
z	:	Laplace transformation parameter
$\mathcal{L}^{-1}[...]$	:	Inverse Laplace transformation operator
L_k	:	Lanczos factor
ω	:	Natural frequency
η^E, η^G	:	Damping parameter
τ_r^G	:	Retardation time
$R^G(t)$	:	Relaxation function
R_e^G	:	Equilibrium value of relaxation function
R_0^G	:	Instantaneous value of relaxation function
P, Q	:	Differential operators
σ	:	Stress
ε	:	Strain
$\dot{\varepsilon}$	:	Velocity of strain
s_{ij}, e_{ij}	:	Deviatoric portions of stress and strain tensors
E	:	Elasticity modulus
υ	:	Poisson's ratio
G, μ	:	Shear modulus

η	:	Viscosity coefficient
β^G	:	the ratio of the instantaneous value of relaxation function to the equilibrium value of relaxation function
t_{load}	:	Loading time interval
k'	:	Shear correction factor
u	:	Displacement
M	:	Moment
ρ	:	Material density
α	:	Pitch angle
$R(\varphi)$	:	Centerline radius
$p(\varphi)$	:	Step for unit angle
φ	:	Horizontal angle
$\mathbf{t},\mathbf{n},\mathbf{b}$	:	Frenet unit vectors
Ω	:	Rotational vector
$\mathbf{T}$	:	Force vector
$\mathbf{M}$	:	Moment vector
$\mathbf{u}$	:	Displacement vector
$\mathbf{I}$	:	Moment of inertia
$\mathbf{q}$	:	Distributed external force vector
$\mathbf{m}$	:	Distributed external moment vector
$\mathbf{C}$	:	Compliance matrix
$\boldsymbol{\kappa}(\chi,\tau)$	:	Curvature vector
$\mathbf{Q}$	:	Potential operator
$\mathbf{X}^T$	:	Element matrix
$\widehat{(...)}$	:	Known values on the boundary
s^e	:	Helix arc length
χ	:	Curvature
τ	:	Torsion
e	:	Element number

THE DYNAMIC ANALYSIS OF NON-CYLINDRICAL VISCOELASTIC HELICAL BARS USING MIXED FINITE ELEMENT METHOD

SUMMARY

In the case of an elastic material behavior, deformed structure recovers its original shape and size after unloading. The elastic behavior is time independent. The strains measured in a of viscous matrial depend on the speed and intensity of the loading. The viscous behavior is time dependent.Viscoelastic materials exhibit both viscous and elastic effects. In fact, due to internal friction, the material shows some viscous behavior. Thus, for more realistic analysis the viscous behavior should be taken into account. In the literature, There are many models for defining viscoelastic behavior, such as Kelvin, Maxwell and standard model. In this study standard model is prephered due to its suitability for structural analysis.

The viscoelastic materials has been used for so long, and they are preffered for specific applications, such as, to support structures, mechanical equipments, vibration isolatars which are used for reducing the external forces *e.g.* associated with an earthquake or impact forces. In the literature, the studies about viscoelastic isolator have significance for increasing the strength of the structures against the earthquake. For this purpose, viscoelastic helical springs are used to absorb the energy, transfer the forces or reduce the vibration. Helical springs have varios geometries. These may be cylindrical or non-cylindrical, e.g., conical, barrel and hyperboloidal springs. Especially, viscoelastic helices take important place in defence industry.

In this thesis, based on Timoshenko beam theory the dynamic analysis of non-cylindrical viscoelastic helices is investigated. Viscoelastic behavior is modelled by using standard model. By applying the Laplace transformation to the functional, it is carried to the frequency domain. Using the correspondence principle, the constitutive equations of the linear viscoelastic material is identified in the frequency domain. Afterward, applying the variational method to the Laplace transformed functional a mixed finite element is generated. Geometrical properties of conical, barrel and hyperboloidal helical rods are calculated based on the exact expressions, *e.g.*, differential arc length and curvatures are determined directly by using the respective axis function of the helical bar. The numerical results obtained after the finite element solution are transformed back to time space by the numerical solution of the modified Durbin's algorithm.

This thesis is composed of six chapters. Chapter 1 is about literaure survey. In Chapter 2, a brief explanation about the Laplace transformation and the inverse Laplace transformation algorithm of modified Durbin's algorithm is given. In Chapter 3, the mechanical viscoelatic model, namely the Standard model, and the application of the correspondance principle is explained. In Chapter 4, the

noncylindrical helical bar geometry is defined by means of the exact expressions, the functional in Laplace space is derived, the finite element formulation is given. The numerical investigation is presented in Chapter 5. A new mixed finite element approach, based on precise definition of the non-cylindrical helical geometry, is verified with the examples existing elastic problems in the literature. Afterward, a convergenge analysis is performed on a viscoelastic hyperbolic helix and finally some viscoelastic benchmark examples are solved. Through the analysis, the time dependent behavior of the cantilever hyperboloidal helix is investigated for some of the viscoelastic parameters, namely, three different values of retardation time of relaxation function associated with the shear modulus, three different values of the ratio of instantaneous value of relaxation function associated with the shear modulus. Also viscoelastic behaviour of three different cross-sectional areas, all having the same net area, namely, a solid circular section, hollow circular section and a thin-walled hollow circular section are investigated. All the results are either tabulated or given as graphics. Discussion of the results are given in Chapter 6.

SİLİNDİRİK OLMAYAN VİSKOELASTİK HELİSELÇUBUKLARIN KARIŞIK SONLU ELEMAN YÖNTEMİ İLE ANALİZİ

ÖZET

Elastik davranış, cisme uygulanan dış kuvvet kaldırıldığında cismin ilk konumuna geri döndüğü durumdur ve bu davranış zamandan bağımsızdır. Viskoz davranış ise cisme uygulanan dış yükler altında meydana gelen şekil değiştirme miktarının yüklemenin hızına ve şiddetine bağlı olduğu durum olup, içinde zaman parametresi içerir. Viskoelastisite ise, yukarıdaki iki tanımın bir karışımı olup, malzemenin hem elastik hem de viskoz etkileri bir arada bulundurduğu davranışı temsil etmektedir. Gerçekte birçok malzeme iç sürtünmelerden dolayı hem elastik hem de viskoelastik davranış sergilemektedir. Burada önemli olan, malzemenin hangi oranlarda bu davranışları yansıttıklarıdır. O nedenle malzeme modellenmesinde viskoelastik davranışın kulanılması daha gerçekçi bir yaklaşım sağlamaktadır. Bu noktada, araştırmacılar farklı mekanik modeller geliştirerek malzeme davranışını formüle etmeye çalışılmaktadır.

Viskoelastik malzemelerin mühendislik uygulamalarındaki yeri geçmişe dayansa da daha çok özgün uygulamalarda karşımıza çıkmaktadır. Son yıllarda gelişen teknoloji ile beraber, örneğin, yapıya gelen deprem etkisini azaltmak amacıyla yapıya kurulan sistemler üzerinde deprem enerjisinin sönümlenmesini sağlayacak mekanik sönümleyiciler ve izolatörler kullanılmaktadır. Literatürde deprem dayanımının artırılması için kullanılan viskoelastik sönümleyiciler üzerine son yıllarda yoğun çalışmaların yapıldığı hepimizin malumudur.

Viskoelastik yaylar, sisteme gelen enerjiyi yutmak, kuvvet aktarımı yapmak, titreşimi sönümlendirerek azaltmak gibi özelliklere sahip dönel simetrik yapı elemanlarıdır. Silindirik olmayan helislere örnek olarak konik, fıçı ve hiperboloidal türü helisel çubuklar verilebilir. Ayrıca, viskoelastik özelliği olan helisler özellikle savunma sanayinde de önemli bir yer bulmaktadır.

Viskoelastik malzemeye ait zamana bağlı davranışı ifade edebilmek için bünye bağıntılarında zaman değişkeni de göz önüne alınmaktadır. Bu amaçla, malzemede zamana bağlı davranışı inceleyebilmek için bir viskoelastik gerilme analizi yöntemine ihtiyaç vardır. Bu konuda, bünye bağıntılarının zamana göre davranışını tariflerken basit çözümler sunan ve matematiksel bir tanım veren doğrusal viskoelastisite kuramından yararlanılır. Doğrusal viskoelastik malzemelerde toplam gerilme elastik gerileme ve sönümleyici gerilme bileşenlerinin toplamından oluşmaktadır. Basit mekanik modellerle tanımlanan viskoelastik malzeme davranışında, yaylar elastik davranışı, sönümleyiciler ise viskoz davranışı tanımlamakta kullanılır. Standard model ise toplamda iki yay ve bir sönüm kutusundan oluşan bir mekanik modeldir. Bu elemanlardan, yay ve sönümleyicinin birbirlerine paralel bağlanarak, bu paralel bağlı yapının da diğer yay ile seri bağlanmasıyla standart model ifade edilir. Standart modele ait viskoelastik model davranışı eksenel yük durumu ilişkilendirilerek verilmiştir. Gerilme-şekil değiştirme

ilişkisi modele ait gevşeme fonksiyonu üzerinden tanımlanmıştır. Literatürde, viskoelatik davranışı tarifleyen, Kelvin, Maxwell, standart model gibi birçok model bulunmaktadır. Bunlar arasında katı cisimler mekaniğine en uygun olanları Kelvin ve Standart model olup, Maxwell akışkanlar için daha uygundur.

Viskoelatik problemler genel anlamda zaman uzayında çözülürler. Öte yandan, doğrusal viskoelastik problemler frekans uzayında da incelenebilir. Bu amaçla Fourier ya da Laplace uzaylarına geçilir, hesaplar tamamlandıktan sonra sonuçlar geri dönüşüm yöntemleri ile zaman uzayına aktarılır. Frekans uzayı çözümlerinde Laplace çözümleri çok daha fazla tercih edilmektedir. Laplace dönüşümü, integral dönüşümleri olarak da adlandırılır ve lineer viskoelastik sistemlerin analizinde kullanılan bir yöntemdir. Laplace dönüşümü ile zaman uzayında çözümü zor olan bir problem frekans uzayında çözümü daha kolay olan bir probleme dönüşür. Çubuğa ait fonksiyonel frekans uzayına taşınırken, Laplace dönüşümü zamana bağlı olan türev ve integralleri, dönüşüm parametresi cinsinden matematiksel ifadelere dönüştürür. Aynı zamanda, viskoelastik malzemeyi tanımlayan parametreler ise karşıgelim ilkesi kullanılarak frekans uzayındaki kompleks karşıtları ile yer değiştirir. Karşıgelim ilkesi, elastik cisme ait bünye bağıntılarına karşı gelen, viskoelastik bünye bağıntılarının bulunmasını sağlayan matematiksel bir analoji yöntemidir. Böylece viskoelastik problem, karşıgelim ilkesi kullanılarak çözümü Laplace uzayında gerçekleştirilen bir çeşit elastik probleme dönüştürülür. Daha sonra sonuçlara uygulanan ters dönüşümler ile zaman uzayına geçilir.

Bu tez kapsamında eksen geometrisi silindirik olmayan viskoelastik helislerin dinamik analizi Timoshenko çubuk kuramı üstünden yapılmıştır. Timoshenko çubuk kuramı çerçevesinde dönel eylemsizlikleri de hesaba katılmıştır. Özellikle dinamik problemler açısından bu nokta önem arz etmektedir. Bu çalışma kapsamında, malzemenin viskoelastik davranışı standart model üzerinden tariflendi, çözümler Laplace uzayında gerçekleştirildi ve bu çerçevede kesiti dolu, ince ve kalın cidarlı halka olan ve çubuk eksen geometrisi silindirik olmayan helisler incelendi.

Standart model için elastik-viskoelastik analoji işlem adımlarından bahsedecek olursak; standart modele ait, tek boyutlu doğrusal viskoelastik gerilme- şekil değiştirme bağıntısı deviyatorik bileşenler cinsinden ifade edilerek viskoelastik malzemeye ait denge denklemi elde edildi. Bu çalışma kapsamında Laplace uzayında dönüşüm parametreleri üzeri çizgili sembol ile gösterilmiştir. Öncelikle denge denklemi Laplace uzayına taşınır ve karşıgelim ilkesinden yararlanılarak malzeme sabitleri frekans uzayındaki kompleks karşıtları cinsinden elde edilir. Standart modele ait kompleks kayma modülü bazı parametrelere bağlıdır. Bu parametrelerden biri olan gecikme zamanı, kayma modülü ve sünme fonksiyonu ile ilişkili bir büyüklüktür. Aynı zamanda, sünme fonksiyonunun denge konumu olan kayma modülüne yaklaşma hızının bir ölçütüdür. Diğer bir parametre ise sünme fonksiyonunun başlangıç değerinin yine sünme fonksiyonunun denge değerine oranıdır.

Bu çalışmada, Timoshenko çubuk kuramına bağlı silindirik olmayan viskoelastik çubukların dinamik analizi yapıldı. Viskoelastik davravranış standart model üzerinden tanımlandı.Frekans uzayına aktarılmış fonksiyonel üstünden varyasyonel işlemlerle sonlu eleman formülasyonuna geçilirken, bu çalışmaya özgü olan konik, fıçı ve hiperboloidal türü helislerin geometrik özelliklerini tarifleyen diferansiyel yay uzunluğu, eğrilik fonksiyonları işlemlere kesin değerleri ile katılmıştır. Frekans uzayında elde edilen sonlu eleman sonuçlarının zaman uzayındaki değerleri ters Laplace dönüşümü (modifiye Durbin algoritması) kullanılarak elde edilmiştir.

Bu tez altı bölümden meydana gelmektedir. Birinci Bölüm , literatür araştırması ile ilgili kısımdır. İkinci bölüm, Laplace dönüşümü ve modifiye Durbin ters Laplace dönüşümü ile ilgili özet açıklamayı içermektedir. Üçüncü bölümde, viskoelastik malzeme olarak standart model ele alınarak ve karşıgelim ilkesine ait uygulamanın nasıl olacağı açıklanmıştır. Dördüncü bölümde, silindirik olmayan helisel çubuk geometrisi helise ait tam ifadeler üzerinden tariflenip, Laplace uzayındaki fonksiyonel elde edilip, sonlu eleman formülasyonu verilmiştir. Nümerik hesaplamalarla ilgili araştırmalar beşinci bölümde verilmiştir. Bu bölümde, yeni sonlu eleman formülasyonu silindirik olmayan helis geometrisin kesin tanımı üzerinden tanımlanmıştır. Bu formülasyon literatürde bulunan elastik problemler ile doğrulanmıştır. Daha sonra, viskoelastik hiperbol helis için yakınsama analizi yapılarak, orjinal viskoelastik örneklerin çözümüne yer verilmiştir. Analizler boyunca, bir ucundan rijit tutturulmuş diğer ucu serbest hiperbol helisin zamana bağlı davranışı çeşitli parametreler açısından incelenmiştir. Viskoelastik malzemeyi tanımlayan parametreleri tekrar hatırlayacak olursak bu parametrelere göre analiz sırasıyla, kayma modülü ile ilgili gevşeme fonksiyonuna ait gecikme zamanının üç farklı değeri için analizine, ve ayrıca kayma modülü ile ilşkili gevşeme fonksiyonuna ait oranın üç farklı değeri için analize yer verilmiştir. Daha sonra, net alanları birbirlerine eşit üç farklı kesit geometrisine ait viskoelastik davranış ele alınmıştır. Bu kesitler sırasıyla dolu dairesel kesit, kalın ve ince cidarlı dairesel kesitlerdir. Elde edilen sonuçlar tablo ve grafikler şeklinde sunulmuştur. Sonuçlarla ilgili yorumlara ise altıncı bölümde yer verilmiştir.