

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**İKİ PARAMETRELİ VLASOV ZEMİNİNE OTURAN HOMOJEN İZOTROP
PLAKLARIN, KARIŞIK SONLU ELEMANLAR METODU İLE ANALİZİ**

“YÜKSEK LİSANS TEZİ”

İnş. Müh. Ahmet Anıl DİNDAR

Ana Bilim Dalı: İnşaat Mühendisliği

Programı: Yapı Mühendisliği

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Mehmet Hakkı OMURTAG

ARALIK 2001

ÖNSÖZ

Bu çalışmada maddi ve manevi desteğini hiçbir zaman esirgemeyen tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Mehmet Hakkı OMURTAG'a ve yönlendirmelerinden yararlandığım Yrd. Doç. Dr. Mecit ÇELİK'e şükranlarımı sunarım.

Tüm çalışmalarımnda daima yanımda olan babam Prof. Dr. Bilal DİNDAR, annem Zakire DİNDAR ve canım kardeşim Dinçer DİNDAR'a teşekkür ederim.

Aralık 2001

Ahmet Anıl DİNDAR

İÇİNDEKİLER

| | No |
|--|-------------|
| KISALTMALAR | iv |
| TABLO LİSTESİ | v |
| ŞEKİL LİSTESİ | vi |
| SEMBOL LİSTESİ | viii |
| ÖZET | x |
| SUMMARY | xi |
| 1. GİRİŞ | 1 |
| 1.1. Plaklarda Analitik ve Sayısal Çalışmalar | 1 |
| 2. KIRCHHOFF PLAK TEORİSİ | 8 |
| 2.1. Giriş | 8 |
| 2.2. Bünye Bağlılıkları | 9 |
| 2.3. Operatör Yapıda Alan Denklemleri | 12 |
| 3. İKİ PARAMETRELİ ZEMİN MODELİ | 15 |
| 4. PLAK İLE ZEMİN MODELİ İÇİN FONKSİYONEL VE İZOPARAMETRİK SONLU ELEMAN FORMÜLASYONU | 24 |
| 4.1. Varyasyonel İşlemler | 24 |
| 4.2. Kirchhoff Plağı İçin Fonksiyonel | 25 |
| 4.3. Vlasov Zemin Modellemesi İçin Fonksiyonel | 28 |
| 4.4. Dörtgen Sonlu Eleman | 31 |
| 4.5. Ardışık Yaklaşım Yöntemiyle Sonlu Eleman Çözümü | 33 |
| 5. SAYISAL ÖRNEKLER | |
| 5.1. Tekil Yük Ve Düzgün Yayılı Yüklü Ve Sabit Elastisite Modüllü Zemin Ortamı İçin İki Parametrelili Hesap Yönteminin Doğrulanması | 35 |
| 5.2. Tekil Yük Ve Düzgün Yayılı Yüklü Ve Doğrusal Elastisite Modüllü Zemin Ortamı İçin İki Parametrelili Hesap Yönteminin Doğrulanması | 42 |
| 5.3. Zemin Elastisite Modülünün Doğrusal Ve Kuadratik Değişiyor Olması Halinde Zemin Parametrelerinin Hesabı | 44 |
| 5.4. Yakınsaklık Çalışması | 48 |
| 6. SONUÇLAR | 53 |
| KAYNAKLAR | 56 |
| EKLER | 61 |
| ÖZGEÇMİŞ | 65 |

KISALTMALAR

SEM : Sonlu Elemanlar Metodu

SFM : Sonlu Farklar Metodu

KSEM: Karışık Sonlu Elemanlar Metodu

TABLO LİSTESİ

| Tablo No | Açıklama | No |
|------------------|--|-----------|
| Tablo 5.1 | : Tekil Yükleme Durumunda Zemin Parametreleri... | 37 |
| Tablo 5.2 | : Yayılı Yükleme Durumunda Zemin Parametreleri.. | 37 |
| Tablo 5.3 | : Tekil Yükleme Durumunda Zemin Parametrelerinin Çeşitli Yöntemlerin Sonuçları İle Karşılaştırılması ... | 41 |
| Tablo 5.4 | : Yayılı Yükleme Durumunda Zemin Parametrelerinin Çeşitli Yöntemlerin Sonuçları İle Karşılaştırılması..... | 42 |
| Tablo 5.5 | : Zemin Elastisite Modülünün Zemin Derinliğince Doğrusal Değişken olması halinde elde edilen Zemin Parametreleri (Tekil Yükleme Durumu)..... | 43 |
| Tablo 5.6 | : Zemin Elastisite Modülünün Zemin Derinliğince Doğrusal Değişken olması halinde elde edilen Zemin Parametreleri (Yayılı Yükleme Durumu).... | 43 |

ŞEKİL LİSTESİ

| Şekil No | Açıklama | No |
|-----------|---|----|
| Şekil 1.1 | : Winkler Tipi Zemin Modeli..... | 4 |
| Şekil 1.2 | : Zemin ve Yapı Arasındaki Gerçek Etkileşim..... | 4 |
| Şekil 1.3 | : Filonenko-Borodich Zemin Modeli..... | 4 |
| Şekil 1.4 | : Zeminde Kayma Elemanlarının Gösterimi..... | 5 |
| Şekil 1.5 | : Plak Ve Zemin Bölgesinden Oluşan Sistem..... | 5 |
| Şekil 2.1 | : Plakta Kayma Şekil Değişimesinin İhmal Edilmesi Durumunda Eğilmeden Önceki ve Sonraki Hal..... | 9 |
| Şekil 2.2 | : Plakta u , σ_m , σ_f , f Vektörlerinin Bileşenlerine Ait Pozitif Doğrultular..... | 11 |
| Şekil 3.1 | : Zemin Bölgesi..... | 15 |
| Şekil 3.2 | : $\phi(z)$ Fonksiyonun Değişimi..... | 16 |
| Şekil 3.3 | : Zemin Kolon Elemanı..... | 18 |
| Şekil 3.4 | : Zemin Elastisite Modülünün Fonksiyonel Değişimi.. | 21 |
| Şekil 4.1 | : İzoparametrik Dörtgen Eleman..... | 32 |
| Şekil 5.1 | : Tekil Yükleme Durumunda $\frac{1}{4}$ lük Plak Ve Zemin Bölgeleri..... | 36 |
| Şekil 5.2 | : Yayılı Yükleme Durumunda $\frac{1}{4}$ lük Plak Ve Zemin Bölgeleri..... | 36 |
| Şekil 5.3 | : Tekil Yükleme Durumunda Çeşitli Ağ Düzenleri Zemin Yataklanma Parametresi (C_1) in Farklı Zemin Derinlikleri İçin Değişimi..... | 38 |
| Şekil 5.4 | : Tekil Yükleme Durumunda Çeşitli Ağ Düzenleri Zemin Kayma Parametresi (C_2) nin Farklı Zemin Derinlikleri İçin Değişimi..... | 38 |
| Şekil 5.5 | : Tekil Yükleme Durumunda Çeşitli Ağ Düzenleri Zemin Yüzey Parametresi (γ) nın Farklı Zemin Derinlikleri İçin Değişimi..... | 39 |
| Şekil 5.6 | : Düzgün Yayılı Yükleme Durumunda Çeşitli Ağ Düzenleri Zemin Yataklanma Parametresi (C_1) in Farklı Zemin Derinlikleri İçin Değişimi..... | 39 |
| Şekil 5.7 | : Düzgün Yayılı Yükleme Durumunda Çeşitli Ağ Düzenleri Zemin Kayma Parametresi (C_2) nin Farklı Zemin Derinlikleri İçin Değişimi..... | 40 |
| Şekil 5.8 | : Düzgün Yayılı Yükleme Durumunda Çeşitli Ağ Düzenleri Zemin Yüzey Parametresi (γ) nın Farklı Zemin Derinlikleri İçin Değişimi..... | 40 |
| Şekil 5.9 | : Düzgün Yayılı Yükleme ve Zemin Elastisite Modülü Fonksiyonunun Değişimi Durumunda Zemin Yataklanma Parametresi (C_1) in Değişimi..... | 45 |

| | | |
|-------------------|--|----|
| Şekil 5.10 | : Düzgün Yayılı Yükleme ve Zemin Elastisite Modülü Fonksiyonunun Değişimi Durumunda Zemin Kayma Parametresi (C_2) in Değişimi..... | 45 |
| Şekil 5.11 | : Düzgün Yayılı Yükleme ve Zemin Elastisite Modülü Fonksiyonunun Değişimi Durumunda Zemin Yüzey Parametrelili (γ) nin Değişimi..... | 46 |
| Şekil 5.12 | : Tekil Yükleme ve Zemin Elastisite Modülü Fonksiyonunun Değişimi Durumunda Zemin Yataklanma Parametresi (C_1) in Değişimi..... | 46 |
| Şekil 5.13 | : Tekil Yükleme ve Zemin Elastisite Modülü Fonksiyonunun Değişimi Durumunda Zemin Kayma Parametresi (C_2) nin Farklı Değişimi..... | 47 |
| Şekil 5.14 | : Tekil Yükleme ve Zemin Elastisite Modülü Fonksiyonunun Değişimi Durumunda Zemin Yüzey Parametrelili (γ)nin Değişimi..... | 47 |
| Şekil 5.15 | : Zemin Elastisite Modülünün Fonksiyonun Değişimi. | 48 |
| Şekil 5.16 | : Tekil Yükleme Durumunda Çeşitli Ağ Düzenleri Zemin Yataklanma Parametresi (C_1) in Yakınsaması | 49 |
| Şekil 5.17 | : Tekil Yükleme Durumunda Çeşitli Ağ Düzenleri Zemin Kayma Parametresi (C_2) nin Yakınsaması..... | 49 |
| Şekil 5.18 | : Tekil Yükleme Durumunda Çeşitli Ağ Düzenleri Zemin Yüzey Parametrelili (γ) nin Yakınsaması..... | 50 |
| Şekil 5.19 | : Düzgün Yayılı Yükleme Durumunda Çeşitli Ağ Düzenleri Zemin Yataklanma Parametresi (C_1) in Yakınsaması..... | 50 |
| Şekil 5.20 | : Düzgün Yayılı Yükleme Durumunda Çeşitli Ağ Düzenleri Zemin Kayma Parametresi (C_2) nin Yakınsaması..... | 51 |
| Şekil 5.21 | : Düzgün Yayılı Yükleme Durumunda Çeşitli Ağ Düzenleri Zemin Yüzey Parametrelili (γ) nin Yakınsaması..... | 51 |

SEMBOL LİSTESİ

| | |
|----------------------------------|--|
| i, j, \dots | : Latin indisleri 1, 2, 3 değerlerini alır |
| α, β, \dots | : Grek indisleri 1, 2, 3 değerlerini alır |
| ε_{ij} | : Birim şekil değiştirme bileşenleri |
| u_i | : Yer değiştirmeler |
| $\gamma_{\alpha\beta}$ | : Birim kayma açısı |
| θ^i | : Koordinatlar |
| u, v, w | : Yer değiştirmeler |
| ε_* | : Birim şekil değiştirme vektörünün kinematik karşılığı olan vektör |
| $\varepsilon_{\alpha\beta}$ | : Kirchhoff birim şekil değiştirmeleri |
| \mathbf{u} | : Yer değiştirme vektörü |
| $\mathbf{D}_m^k, \mathbf{D}_f^k$ | : Kinematik operatörler |
| $E_{\alpha\beta}, G_{12}$ | : Elastisite Modülü ve kayma modülü |
| ν | : Poisson oranı |
| \bar{E} | : Elastisite matrisi |
| E | : Dönüştürülmüş elastisite matrisi |
| \mathbf{C} | : Elastisite matrisinin tersi, Kompliyans matrisi |
| C_1 | : Zemin yataklanma katsayısı |
| C_2 | : Zemin kayma katsayısı |
| f | : Yük vektörü |
| σ_* | : Kuvvet ve moment vektörü |
| σ_t | : Moment vektörü |
| σ_m | : Membran kuvvet vektörü |
| P, N, Q | : Normal kuvvetler ve düzlem içi kayma kuvveti |
| K, M, T | : Eğilme momentleri ve burulma momenti |
| h | : Plak kalınlığı |
| \mathbf{D}^e | : Denge operatörü |
| $\mathbf{D}_m^e, \mathbf{D}_f^e$ | : Denge alt operatörleri |
| \mathbf{D}_x | : Kısmi türev operatörü $\partial(\dots)/\partial x$ |
| \mathbf{Q} | : Operatör |
| $I(\mathbf{v})$ | : Fonksiyonel |
| $\delta(\dots)$ | : Varyasyon |
| ξ, η | : Kare elemanda yerel koordinat takımı |
| ξ_i, η_i | : Kare elemanda düğüm noktaları ± 1 in koordinat değerleri ($i=1, \dots, 4$) |
| ϕ_i | : Şekil fonksiyonları ($i=1, \dots, 4$) |
| \mathbf{J} | : Jakobyen |

$|\mathbf{J}|$: Jakobyen determinanti
 \mathbf{J}^{-1} : Jakobyenin tersi
 ϕ : Çökme mod fonksiyonu
 γ : Çökme parametresi
 μ, λ : Lamé sabitleri

İKİ PARAMETRELİ VLASOV ZEMİNİNE OTURAN HOMOJEN İZOTROP PLAKLARIN KARIŞIK SONLU ELEMANLAR METODU İLE ANALİZİ

ÖZET

Bu çalışmada Kirchhoff plak elemanı ile iki parametrelili sonlu zemin eleman formülasyonu kullanılarak, Vlasov zemin modeli için bir algoritma oluşturulmuştur. Plak ve zemin bölgeleri için dört düğüm noktalı elemanlar kullanılmıştır. Dörtgen plak elemanlarda her bir düğüm noktasında bir çökme, iki eğilme momenti ve bir burulma momenti olmak üzere 16 serbestlik derecesi, zemin elemanlarda ise her düğüm noktasında sadece çökme olmak üzere 4 serbestlik derecesi tanımlanmıştır.

Altı bölümden oluşan bu çalışmanın ilk bölümünde elastik zemin üzerine oturan homojen izotrop plaklar hakkında kısa bilgiler verilmiştir. Çeşitli zemin modelleri tanımlanmış ve zemin ile plak arasındaki etkileşimi en gerçekçi olarak ifade eden Vlasov zemini hakkında ön bilgi verilmiştir.

İkinci bölümde analizi yapılacak olan Kirchhoff plakı hakkında açıklamalar yapılmıştır. İzotrop ve homojen malzeme özelliklerine göre Kirchhoff plak elemanları için bünye bağıntıları kullanılarak alan denklemleri açık halde yazılmıştır.

Üçüncü bölümde elastik zemin için tanımlar yapılmıştır. Zemin ortamı bünye bağıntılarında, Vlasov zemini özellikleri kullanılarak zemin karakteristik parametreleri, zemin yataklanma ve zemin kayma parametreleri ifadeleri oluşturulması açıklanmıştır. Elde edilen ifadelerde, zemin parametrelerinin zemin derinliği, zemin elastisite modülü ve yükleme durumuna bağımlı olduğu görülür. Zemin elastisite modülü'nün derinlik boyunca bir fonksiyon olarak tanımlanması halleri için zemin parametreleri ifadeleri yeniden oluşturulmuştur. zemin elastisite modülünün sabit ve doğrusaldeğişmesi hallerindeki zemin parametreleri ifadeleri literatürde bulunmaktadır. Bu çalışmada elastisite modülünün kuadratik değişmesi hali incelenmiş ve zemin parametreleri geliştirilmiştir.

Dördüncü bölümde plak ve zemin sonlu elemanlar için sonlu eleman formülasyonları varyasyonel işlemler yapılarak hesaplanmıştır. Homojen izotrop plak sonlu elemanların, bilineer şekil fonksiyonları kullanılarak oluşturulmuştur.

Beşinci bölümde ise, oluşturulan algoritmaya dayalı bilgisayar programı kullanılarak, literatürde var olan çeşitli mühendislik problemleri çözülmüş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Ayrıca kullanılan eleman ağı için bir de yakınsaklık çalışması yapılmıştır.

Çalışma sonucunda varılan sonuçlar son bölümde ele alınmıştır.

ANALYSIS OF HOMOGEN ISOTROPIC PLATES RESTING ON TWO PARAMETER ELASTIC VLASOV FOUNDATION BY USING MIXED FINITE ELEMENT METHOD

SUMMARY

In this study, an algorithm was developed for Vlasov soil model by using Kirchhoff plate and two-parameter soil finite element formulation. Four nodes finite elements were used for plate and soil domains. Quadrangle plate element has 16 degree of freedom, which is one vertical displacement, two bending moments and one torsion moment at each node. But, quadrangle soil element has 4 degree of freedom, which is single vertical deflection at each node.

In the first of this six chapters study, it is briefly explained the studies about the plates resting on elastic foundations. Some soil models are introduced and Vlasov soil model that is describing the interaction between soil and plate more realistically is told.

In the second part, the Kirchhoff plate that is to be analyzed is explained. Domain equations for the Kirchhoff plate are written in open form by using structure equations.

The elastic foundation is defined in the third chapter. The soil bedding and shear parameters are formed for the Vlasov soil model based on the structure equations. It is shown that the soil parameters are dependent to the soil stratum depth, soil modulus of elasticity, Poisson ratio of the soil and the loading on plate. The soil parameters are reformed in case of the soil modulus of elasticity is defined as a function varying through the depth of the soil. Constant and linear varying soil modulus of elasticity functions are available in the literature. Here in this study, Quadratic varying soil modulus of elasticity is examined and the soil parameters are developed by this examination.

The formulations for the soil and plate finite elements are obtained by using variation operators in the fourth chapter. The homogen isotropic plate elements are formed by using bilinear shape functions.

In the fifth chapter, the computer program based on the algorithm developed in the study is used to solve some engineering problems available in the literature and the results are compared. As well, a convergence study is done for the element mesh used in the problems.

The conclusions of the study are provided in the last chapter.